

# 系泊系统的设计

## 摘要

系泊系统的设计问题就是确定重物球质量,使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。本文通过对系泊系统进行静力分析,建立了浮标静力平衡模型、钢管静力平衡模型、钢管静力平衡模型、采用分段外推法设计出锚链静力平衡模型和迭代验证模型、重球质量选择模型。用 Matlab 软件求解出了模型中所涉及的各种问题并给出了具体的结论,最后对模型进行了误差分析和进一步的优化策略。

针对问题一:根据题目描述,浮标的游动区域与钢管、锚链长度及风速风向有关。在问题一中,首先假设风是水平方向吹动,这样风荷载水平方向达到最大,将得到浮标的最大移动范围。在此条件下可对系泊系统进行静力分析(此时浮标、钢管、钢桶、锚链处于受力平衡状态)设计出浮标静力平衡模型、钢管静力平衡模型以及钢管静力平衡模型,得到钢管、钢桶与垂直方向的夹角以及高度。并对 II 型锚链采用分段外推法设计出锚链静力平衡模型计算出锚链的高度。最后假设浮标的吃水深度,验证水深边界条件(也就是浮标的吃水深度、钢管、钢桶高度以及总和锚链的高度为水深),若满足边界条件,则结束计算,否则重新假设吃水深度,直到满足一定精度为止。

针对问题二:按问题一中所建立的模型,当风速为 36m/s 时,锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角超过 16 度不符合系泊系统的要求,因此,需要通过调节重物球的质量使得系泊系统达到要求。首先假设钢桶的倾斜角度为 5 度,并按问题一中所建立的浮标静力平衡模型、钢管静力平衡模型设计浮标吃水深度边界值模型。根据对 II 型锚链采用分段外推法建立锚链静力平衡模型,计算出锚链顶端所受的拉力在垂直方向上的分力。再根据问题一中所建立的浮标静力平衡模型、钢管静力平衡模型,计算出第四节钢管对钢桶的拉力在垂直方向上的分力。利用问题一中建立的钢桶静力平衡模型设计出重球质量选择模型。

针对问题三:由于潮汐等因素的影响,系泊系统中的浮标、钢桶以及钢管将受水流力的影响,不妨假设水流方向为水平。则在问题一中浮标静力平衡模型、钢管静力平衡模型以及锚链静力平衡模型的基础上添加水平方向的水流力得到修正模型。再修正问题二中的锚链静力平衡模型、浮标吃水深度边界值模型和重球选择模型,计算出不同的锚链所需的重球质量。

**关键词:** 系泊系统; 静力分析; 分段外推法; Matlab

## 一、问题重述

### 1. 阐述背景

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成（如图 1 所示）。某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径 2m、高 2m 的圆柱体，浮标的质量为 1000kg。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成。锚的质量为 600kg，锚链选用无档普通链环，近浅海观测网的常用型号及其参数在附表中列出。钢管共 4 节，每节长度 1m，直径为 50mm，每节钢管的质量为 10kg。要求锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不超过 16 度，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。水声通讯系统安装在一个长 1m、外径 30cm 的密封圆柱形钢桶内，设备和钢桶总质量为 100kg。钢桶上接第 4 节钢管，下接电焊锚链。钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳。若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。钢桶的倾斜角度（钢桶与竖直线的夹角）超过 5 度时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球。

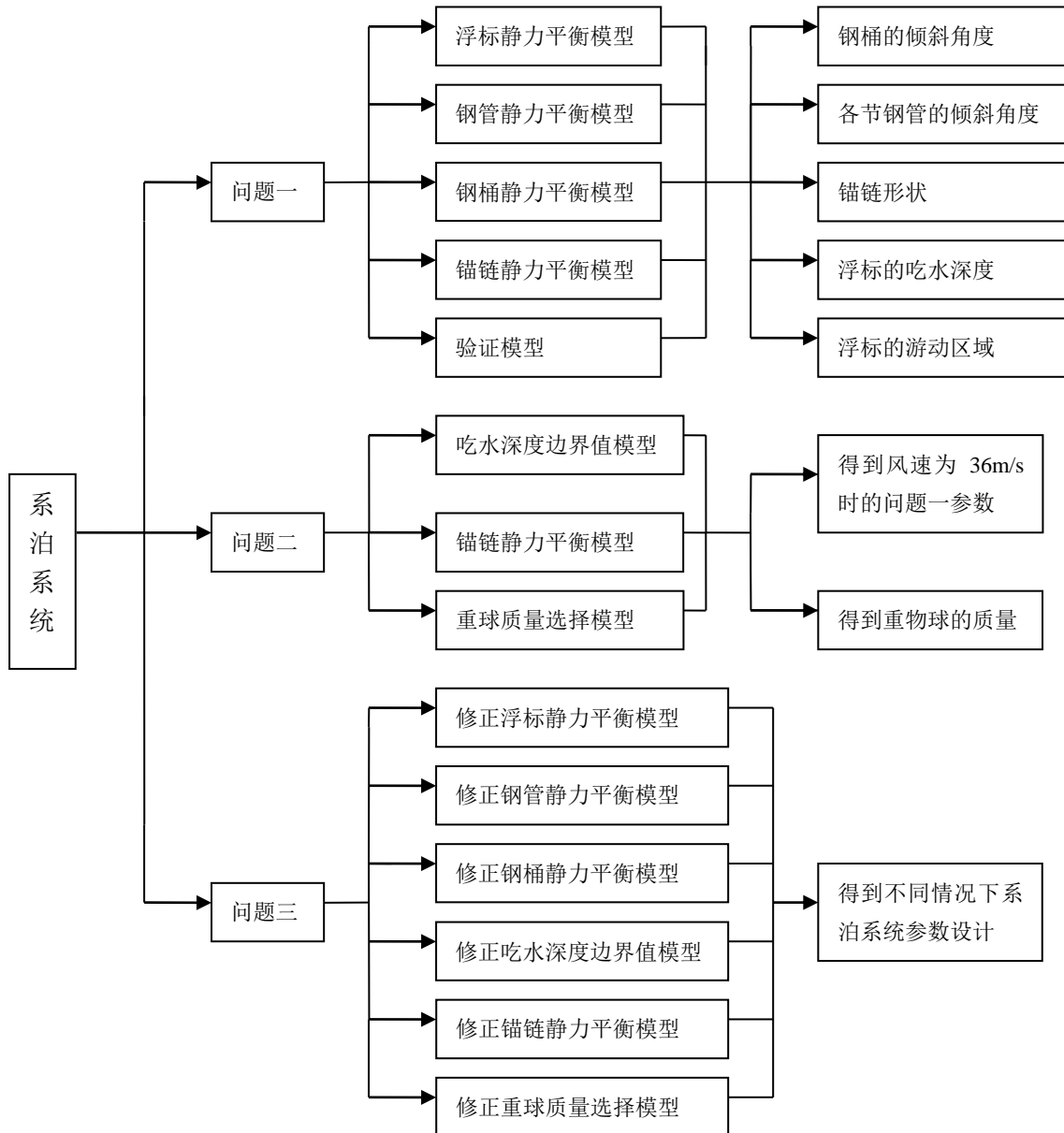
### 2. 提出问题

1. 某型传输节点选用 II 型电焊锚链 22.05m，选用的重物球的质量为 1200kg。现将该型传输节点布放在水深 18m、海床平坦、海水密度为  $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$  的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

2. 在问题 1 的假设下，计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

3. 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 16m~20m 之间。布放点的海水速度最大可达到 1.5m/s、风速最大可达到 36m/s。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

## 二、问题分析



## 三、符号说明

符号	说明
$T_1$	钢管 1 所受的拉力
$T_2$	钢管 2 所受的拉力

---

$T_3$	钢管 3 所受的拉力
$T_4$	钢管 4 所受的拉力
$T_{\text{标}}$	浮标所受钢管 1 的拉力
$G_{\text{标}}$	浮标的重力
$G_{\text{管}}$	一节钢管的重力
$G_{\text{桶}}$	钢桶（包括内部设备）的重力
$G_{\text{球}}$	重物球的重力
$G_{\text{链}}$	锚链的重力
$G_{\text{锚}}$	锚的重力
$F_{\text{水}}$	水流力
$F_{\text{风}}$	风力
$F_{\text{浮, 标}}$	浮标所受的浮力
$F_{\text{浮, 管}}$	一节钢管所受的浮力
$F_{\text{浮, 桶}}$	钢桶（包括内部设备）的浮力
$F_{\text{风}}$	近海风荷载
$P$	每节环节的质量
$\rho_{\text{液}}$	海水密度
$h$	浮标的吃水深度
$v_{\text{水}}$	水流速度
$v_{\text{风}}$	海面风速
$l_{\text{管}}$	钢管的长度
$l_{\text{桶}}$	钢桶的长度
$\beta_{\text{桶}}$	钢桶的倾斜角度
$\beta_1、\beta_2、\beta_3、\beta_4$	四节钢管倾斜角度（从上到下）

---

#### 四、模型假设

1. 问题三忽略锚、锚链、重物球的体积；
2. 假设风速恒定时风向水平且浮标轴线始终保持竖直；
3. 附件提供的数据都准确无误；
4. 本文未考虑的因素，对模型的影响忽略不计；
5. 问题三中四根钢管在水流速度法平面的投影面积均为最大面积

#### 五、模型的建立与求解

##### 5.1 问题一分析与求解

### 5.1.1 对问题一的分析

根据问题分析，在给定的环境条件下建立系泊系统组成部分（钢管、钢桶）的倾斜角度、锚链形状、浮标游动区域的数学模型，并分析（钢管、钢桶）的倾斜角度、锚链形状、浮标游动区域关于各个参数的变化规律。在本文中，对于影响钢管、钢桶的倾斜角度、锚链形状、浮标游动区域的相关参数，主要有物体的重力、浮力、风速、风向。

首先，结合题目意图，发现（钢管、钢桶）的倾斜角度、锚链形状与所受拉力的水平分力直接相关。假设吃水深度为  $h$ ，分别进行整体和局部受力分析，将系统中所有需要求出所受拉力的水平分力和相关参数与吃水深度函数表达式，即可建立最后的验证模型。

### 5.1.2 基础参数的获取

- a. 重力加速度  $g$ ：通常指地面附近物体受地球引力作用在真空中下落的加速度。为了便于计算，其近似标准值通常取为 980 厘米/秒的二次方或 9.8 米/秒的二次方。
- b. 海水密度  $\rho_{液}$ ：物质每单位体积内的质量。此时取  $\rho_{液} = 1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。

### 5.1.3 相关参数计算：

浮标重力：
$$G_{标} = 1000 \times 9.8 = 9800(N) \quad (1-1)$$

每一节钢管的重力：
$$G_{管} = m_{管}g = 98(N) \quad (1-2)$$

I 型锚链每一节的重力：
$$G_{节} = 7 * 0.105 * 9.8 = 7.20(N) \quad (1-3)$$

钢桶（包括内部设备）的重力：
$$G_{桶} = m_{桶}g = 980(N) \quad (1-4)$$

每一节钢管的浮力：
$$F_{浮,管} = \rho_{液}gV_{管} = 19.71(N) \quad (1-5)$$

钢桶（包括内部设备）的浮力：
$$F_{浮,桶} = \rho_{液}gV_{桶} = 709.7(N) \quad (1-6)$$

### 5.1.4 模型建立

#### (1) 模型 I（浮标静力平衡模型）

假设风速恒定时风向水平且浮标轴线始终保持竖直，浮标的静力分析如图 1 所示：

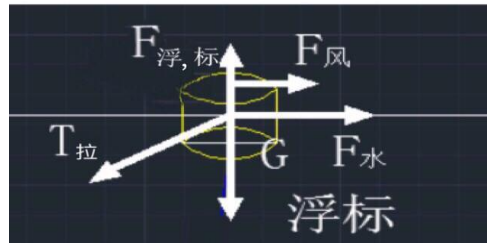


图 1 浮标静力分析图

此时浮标只受的风力  $F_{\text{风}}$ 、重力  $G_{\text{标}}$ 、浮力  $F_{\text{浮, 标}}$ 、以及第一节钢管对它的拉力  $T_{\text{拉}}$ ，此时水流静止，故水流力  $F_{\text{水}} = 0$ 。假设此时的吃水深度为  $h$ ，则此时浮标所受的风力为：

$$F_{\text{风}} = 0.625Sv^2 = 1.25(2-h)v^2(N) \quad (1-7)$$

浮标所受浮力：

$$F_{\text{浮, 标}} = \rho_{\text{液}}V_{\text{排}}g = 1.025 \times 10^3 \pi \times 1^2 \times h \times 9.8 \approx 3.156 \times 10^4 h(N) \quad (1-8)$$

假设第一节钢管和垂直方向的夹角为  $\beta_1$ ，则浮标的静力平衡方程为：

$$\begin{cases} T_{\text{拉}} \sin \beta_1 = F_{\text{风}} \\ T_{\text{拉}} \cos \beta_1 = F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} \end{cases} \quad (1-9)$$

计算可得：

$$\beta_1 = \arctan \frac{F_{\text{风}}}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}}} \approx \arctan \frac{1.25(2-h)v^2}{3.156 \times 10^4 h - 9800} \quad (1-10)$$

## (2) 模型 II（钢管静力平衡模型）

假设每一根钢管拉下一物体的拉力为  $T_i$ ，第  $i$  节钢管和垂直方向的夹角为  $\beta_i$ （ $i=1,2,3,4$ ）事实上每一个钢管只受重力、浮力以及钢管之间的拉力，且此时海水静止，故水流力  $F_{\text{水}} = 0$ 。因此这些拉力在水平方向的分量均为风荷载对浮标作用力，只是竖直方向受力变化，钢管受力分析如图 2 所示：

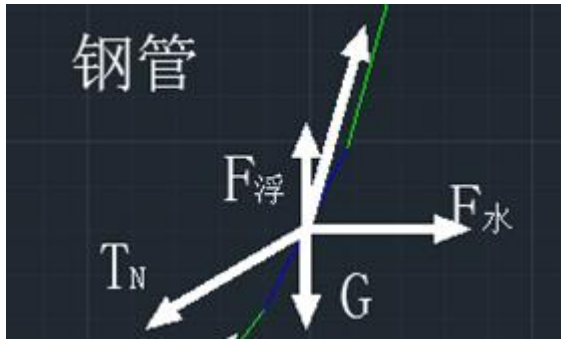


图 2 钢管静力分析图

则四根钢管竖直方向受力的变量表达式为：

$$T_{i+1} \cos \beta_{i+1} = T_i \cos \beta_i + (F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}})(i=1,2,3,4) \quad (1-11)$$

则各个钢管与垂直方向的夹角  $\beta_i$ （ $i=1,2,3,4$ ）可用表达式为：

$$\begin{aligned} \beta_i &= \arctan \frac{F_{\text{风}}}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + i(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}})} \\ &\approx \arctan \frac{1.25(2-h)v^2}{3.156 \times 10^4 h - 9800 - 78.29i} \quad (i=1,2,3,4) \end{aligned} \quad (1-12)$$

(3) 模型 III (钢桶静力平衡模型)

钢桶也只受重力、浮力、第 4 节钢管对它的拉力  $T_4$  以及重球对它的拉力和锚链顶端对它的拉力  $T_{\perp}$ ，锚链顶端与垂直方向的夹角为  $\gamma$ ，假设锚链顶端的方向和钢桶的倾斜度一致，则锚链顶端对钢桶的拉力  $T_{\perp}$  在水平方向的分量仍为风荷载对浮标作用力，只是竖直方向受力发生变化，钢桶受力分析如图 3 所示：

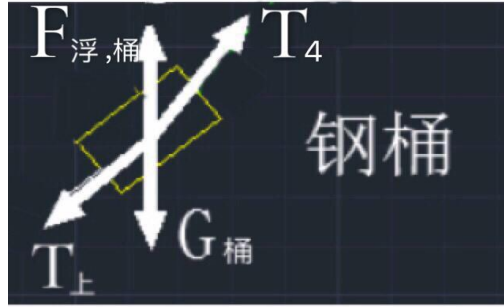


图 3 钢桶静力分析图

则锚链顶端对钢桶的拉力  $T_{\perp}$  变量表达式为：

$$T_{\perp} \cos \gamma = T_4 \cos \beta_4 - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}} = (31541.3h - 22142.32)(N) \quad (1-13)$$

计算可得：

$$\gamma = \arctan \frac{F_{\text{风}}}{T_4 \cos \beta_4 - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}}} \quad (1-14)$$

(4) 模型 IV (锚链静力平衡模型)

在锚链上任取一微段，对该微段进行受力分析

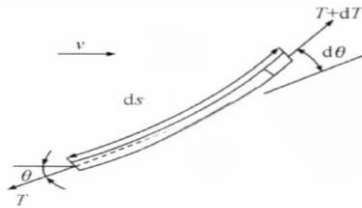


图 4 锚链上任意微段受力图

得到静力平衡方程并忽略二阶无穷小量后得到：

$$\frac{dT}{ds} = P \sin \theta \quad (1-15)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{P}{T} \cos \theta \quad (1-16)$$

式中：  $T$  ——锚链两端的张力；  
 $P$  ——锚链的浮容重（因锚链浮力不计，即为重力）；  
 $\theta$  ——张力  $T$  与水平方向的夹角；  
 $ds$  ——微段长度  
 $dT$ 、 $d\theta$  ——拉力和角度的增量

由微段的几何关系，可以得到：

$$dx = \cos \theta ds \quad (1-17)$$

$$dy = \sin \theta ds \quad (1-18)$$

采用分段外推方法对锚链进行离散数值求解，划分锚链单元见图 2。

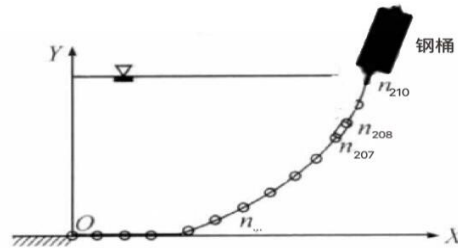


图 5 锚链单元划分图

此题中选取 II 型锚链，整个锚链划分为  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_{210}$  个单元节，各单元重量及外荷载均集中在单元的中心上。对任意单元  $i$  进行受力分析，根据式(1)和(2)得到单元  $i$  上的平衡方程：

$$T_{x,i+1} = T_{x,i} = F_{\text{风}} \quad (1-20)$$

$$T_{z,i+1} = T_{z,i} + P ds \quad (1-21)$$

$$T_{i+1} = \sqrt{T_{x,i+1}^2 + T_{z,i+1}^2} \quad (1-22)$$

$$\theta_i = \arctan \frac{T_{z,i+1}}{T_{x,i+1}} \quad (1-23)$$

式中：

$T_{x,i}, T_{x,i+1}$  ——第  $i$ 、 $i+1$  单元的水平力；

$T_{z,i}, T_{z,i+1}$  ——第  $i$ 、 $i+1$  单元的竖向

根据式(3)和(4)可得到单元节点坐标的空间关系：



$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + Pds \\ y_{i+1} &= y_i + Pds \end{aligned} \quad (1-24)$$

以上分析不难看出,在已知第一单元的受力在水平和垂直方向的分力的情况下,可把前一段锚链的末端点作为下一段锚链的起点。可求出锚链上各段的受力  $T$  和各点的坐标值(若  $y_i$  为负值,则计为0)。这样可得锚链的垂直高度  $h_{\text{链}}$  和水平长度  $l_{\text{链}}$ 。

(5) 模型 V (验证模型)

1. 假设浮标吃水深度为  $h$ ;
2. 根据模型 I-II 可计算出各节钢管在竖直方向所占长度  $h_i$  分别为

$$h_i = l_{\text{钢管}} \cos \beta_i (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1-25)$$

3. 根据模型 III 可计算出钢桶的在竖直方向所占长度  $h_{\text{桶}}$

$$h_{\text{桶}} = l_{\text{桶}} \cos \gamma \quad (1-26)$$

4. 验证水深边界条件(浮标的吃水深度等于  $h$ 、各节钢管在竖直方向所占长度  $h_i$ 、钢桶在竖直方向所占长度  $h_{\text{桶}}$  以及锚链的垂直高度  $h_{\text{链}}$  之和  $H$  应为总水深),若满足此边界条件,则结束计算,否则返回 1),直到满足一定精度为止。

5.1.5 模型的求解

在不同的风速要求下,按照模型 I-V,反复设置吃水深度  $h$ ,使得总高度  $H$  为 18m(直到满足精度),则所求参数如下表:

$v_{\text{风}}$	$h$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$H$	误差	$l$
12	0.7825	2.664°	2.682°	2.693°	2.707°	17.9277	0.0723	14.4067
24	0.7964	2.558°	2.572°	2.585°	2.598°	18.0109	0.0109	17.1932

表 1 参数结果表

其中,  $v_{\text{风}}$  为海面风速,  $h$  为浮标的吃水深度,  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$  分别为四节钢管倾斜角度(从上到下),  $H$  为计算水深,  $l$  为浮标游动区域的半径。

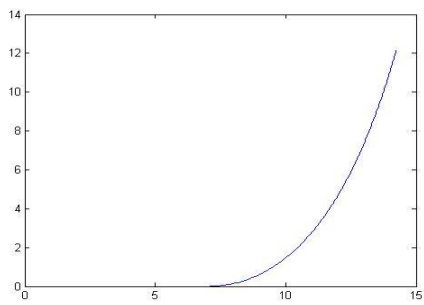


图 6  $v=12\text{m/s}$  时锚链形状图

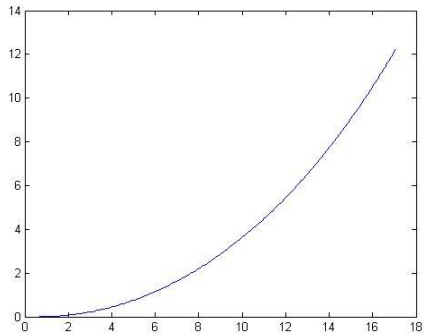


图 7  $v=24\text{m/s}$  时锚链形状图

## 5.2 问题二模型与结论

### 5.2.1 问题分析

在问题一的假设下，按问题一中所建立的模型，当风速为  $36\text{m/s}$  时，钢桶和各节钢管的倾斜角度结果如下表：

$v_{\text{风}}$	$h$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$H$	误差	$l$
36	0.8163	$2.416^\circ$	$2.429^\circ$	$2.441^\circ$	$2.453^\circ$	18.0057	0.0057	18.1827

表 2 参数结果表

其中， $v_{\text{风}}$  为海面风速， $h$  为浮标的吃水深度， $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$  分别为四节钢管倾斜角度（从上到下）， $H$  为计算水深， $l$  为浮标游动区域的半径。

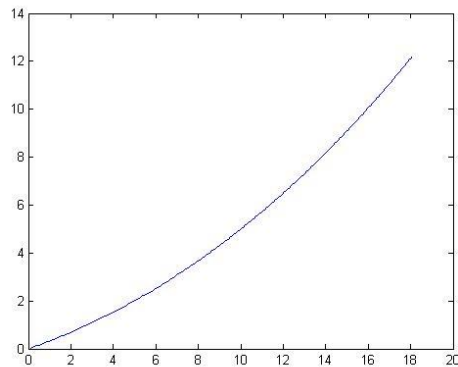


图 8  $v=36\text{m/s}$  时锚链形状图

当满足条件时，锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角超过  $16^\circ$  不符

合系泊系统的要求，因此，通过调节重物球的质量使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，且锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角不超过 16 度。

### 5.2.2 模型建立

#### (1) 模型 VI（吃水深度边界值模型）

由于需要钢桶的倾斜角度不超过 5 度，由模型 II 中的夹角公式可知钢桶的倾斜角度为

$$\beta_4 = \arctan \frac{F_{\text{风}}}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + 4(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}})} \approx \arctan \frac{1620(2-h)}{3.156 \times 10^4 h - 10113.16} \quad (2-1)$$

$$\text{则令 } \frac{1620(2-h)}{3.156 \times 10^4 h - 10113.16} = 0.0875,$$

$$\text{解得 } h = 0.9415 \quad (2-2)$$

将此值设为  $h$  的边界条件。

#### (2) 模型 VII（锚链静力平衡方程）

参照问题一中的模型 III（钢桶静力平衡方程），假设锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角为 16 度，则锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  水平方向分解力应为风力，则得锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力  $T_{z,\text{下}} = F_{\text{风}} \tan 16^\circ$ ，采用分段外推方法可推算出锚链顶端所受的拉力  $T_{\text{上}}$  在水平方向上的分解力仍为风力，而锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力

$$T_{z,\text{下}} = F_{\text{风}} \tan 16^\circ + 210P \quad (2-3)$$

其中  $P$  为每一节锚链的重力。

#### (3) 模型 VIII 的建立（重球质量选择模型）

由模型 II 中的公式整理可得锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力

$$T_{z,\text{下}} = F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + 4(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}}) - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}} \quad (2-4)$$

联立公式(2-3) (2-4)，可计算出所需重球质量所需的边界值。

### 5.3.3 模型求解

按照模型 VI-VIII 中公式简单计算可得，所需重球的质量至少为 1578(kg)。

## 5.3 问题三模型与结论

### 5.3.1 问题分析

由于潮汐等因素的影响，系泊系统中的浮标、钢桶以及钢管将受水流力的影响，不妨假设水流方向为水平。则在问题一中模型 I-III 的基础上添加水平方向的水流力得到修正模型。为了确定重物球质量，修正模型二中的模型 VI、VII。针对不同型号的锚链选择不同的重物球，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

### 5.3.2 模型建立

#### (1) 修正模型 I 的建立（浮标静力平衡方程）

假设风速恒定时风向水平且浮标轴线始终保持竖直，浮标的静力分析图如下，此时浮标受的风力  $F_{\text{风}}$ 、重力  $G_{\text{标}}$ 、浮力  $F_{\text{浮, 标}}$  和水流力  $F_{\text{水}}$ 、以及第一节钢管对它的拉力  $T_{\text{拉}}$ ，假设此时的吃水深度为  $h$ ，则此时浮标所受的风力为：

$$F_{\text{风}} = 0.625 S v_{\text{风}}^2 = 1.25(2-h)v_{\text{风}}^2 (N), \quad F_{\text{水}} = 374 S v_{\text{水}}^2 = 748 h v_{\text{水}}^2 (N)$$

浮标所受浮力：

$$F_{\text{浮, 标}} = \rho_{\text{液}} V_{\text{排}} g = 1.025 \times 10^3 \pi \times 1^2 \times h \times 9.8 \approx 3.156 \times 10^4 h (N)。$$

假设第一节钢管和垂直方向的夹角为  $\beta_1$ ，现在只考虑风向和水的流向相同情况，浮标的静力平衡方程为：

$$\begin{cases} T_{\text{拉}} \sin \beta_1 = F_{\text{风}} + F_{\text{水}} \\ T_{\text{拉}} \cos \beta_1 = F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} \end{cases}$$

计算可得

$$\beta_1 = \arctan \frac{F_{\text{风}} + F_{\text{水}}}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}}} \approx \arctan \frac{1.25(2-h)v_{\text{风}}^2 + 748 h v_{\text{水}}^2}{3.156 \times 10^4 h - 9800}，$$

#### (2) 修正模型 II 的建立（钢管静力平衡方程）

假设每一根钢管拉下一物体的拉力为  $T_i$ ，第  $i$  节钢管和垂直方向的夹角为  $\beta_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) 事实上每一个钢管受重力、浮力以及钢管之间的拉力和水流力，此时布放点的海水速度最大可达到  $1.5 \text{ m/s}$ ，这些拉力在水平方向的分量均为风荷载和对浮标作用力以及水流力对钢管的作用力，取极限状态，假设风力和水力方向相同，则四根钢管的数学模型如下

$$\begin{cases} T_{\text{拉}} \sin \beta_1 + F_{\text{管, 水}} = T_1 \sin \beta_1 \\ T_{\text{拉}} \cos \beta_1 + F_{\text{浮}} = T_1 \cos \beta_2 + G \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} T_{i+1} \sin \beta_{i+1} = T_i \sin \beta_i + F_{\text{管, 水}} \\ T_{i+1} \cos \beta_{i+1} + F_{\text{浮}} = T_i \cos \beta_i + F_{\text{浮}} - G \end{cases}$$

则各个钢管与竖直方向的夹角  $\beta_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) 可用表达式

$$\begin{aligned} \beta_i &= \arctan \frac{F_{\text{风}} + F_{\text{水}} + i F_{\text{管, 水}}}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + i(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}})} \\ &\approx \arctan \frac{1.25(2-h)v_{\text{风}}^2 + (748 + 18.7i)h v_{\text{水}}^2}{3.156 \times 10^4 h - 9800 - 78.29i} \quad (i=1,2,3,4) \end{aligned}$$

(3) 修正模型 III 的建立（钢桶静力平衡方程）

钢桶受重力、浮力和水流力、第 4 节钢管对它的拉力  $T_4$  以及重球对它的拉力和锚链顶端对它的拉力  $T_{\text{上}}$ ，锚链顶端与垂直方向的夹角为  $\gamma$ ，假设锚链顶端的方向和钢桶的倾斜度一致，则锚链顶端对钢桶的拉力  $T_{\text{上}}$  在水平方向的分量为风荷载对浮标作用力以及钢桶自身受到的水流力，取极限状态，假设风力和水力方向相同，则锚链顶端对钢桶的拉力  $T_{\text{上}}$  变量表达式为

$$T_{\text{上}} \sin \gamma = T_1 \sin \beta_1 + 4F_{\text{管, 水}} + F_{\text{桶, 水}} = (1.25(2-h)v_{\text{风}}^2 + (748 + 112.2i)hv_{\text{水}}^2) \quad (\text{N})$$

$$T_{\text{上}} \cos \gamma = T_4 \cos \beta_4 - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}} = (3.156 \times 10^4 h - 12231.76) \quad (\text{N})$$

计算可得：

$$\gamma = \arctan \frac{F_{\text{风, max}} + F_{\text{水, max}} + 4F_{\text{管, 水}}}{T_4 \cos \beta_4 - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}}} = \frac{63h + 3492.45}{3.156 \times 10^4 h - 12231.76}$$

(4) 修正模型 VI（吃水深度边界值模型）

由于需要钢桶的倾斜角度不超过 5 度，由模型 II 中的夹角公式可知钢桶的倾斜

$$\text{度为 } \beta_4 = \arctan \frac{1.25(2-h)v_{\text{风}}^2 + (748 + 74.8)hv_{\text{水}}^2}{F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + 4(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}})} \approx \arctan \frac{231.3h + 3240}{3.156 \times 10^4 h - 10113.16},$$

则令  $\frac{231.3h + 3240}{3.156 \times 10^4 h - 10113.16} = 0.0875$ ，解得  $h = 1.6303$ ，将此值设为  $h$  的边界条件。

(5) 修正模型 VII（锚链静力平衡方程）

参照问题 1 中的模型 III（钢桶静力平衡方程），假设锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角为 16 度，则锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  水平方向分解力应为风力，则得锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力  $T_{\text{z, 下}} = (F_{\text{风}} + 4F_{\text{管, 水}} + F_{\text{桶, 水}}) \tan 16^\circ$ ，采用分段外推方法可推算出锚链顶端所受的拉力  $T_{\text{上}}$  在水平方向上的分解力仍为风力，而

锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力：

$$T_{\text{z, 下}} = (F_{\text{风}} + 4F_{\text{管, 水}} + F_{\text{桶, 水}}) \tan 16^\circ + 210P, \quad (3-1)$$

其中  $P$  为每一节锚链的浮容重（因锚链浮力不计，即为重力）。

(6) 修正模型 VIII（重球质量选择模型）

由模型 II 中的公式整理可得锚链下端拉力  $T_{\text{下}}$  的垂直方向分解力：

$$T_{\text{z, 下}} = F_{\text{浮, 标}} - G_{\text{标}} + 4(F_{\text{浮, 管}} - G_{\text{管}}) - G_{\text{桶}} + F_{\text{浮, 桶}} - G_{\text{球}} \quad (3-2)$$

联立公式(3-1) (3-2)，可计算出所需重球质量所需的边界值。

### 5.3.3 模型求解

按修正后的模型，假设水流力和风力同向的基础上，计算了不同型号的锚链能够达到系泊系统要求所需的重球质量。

	$h/m$	$\beta$	$\theta$	G/kg	H/m
I	1.6303	5°	16°	3967.98	17.2146
II	1.6303	5°	16°	3866.05	18.5132
III	1.6303	5°	16°	3705.40	18.0431
IV	1.6303	5°	16°	3406.15	19.5224
V	1.6303	5°	16°	2957.46	18.9672

表3 参数结果表

其中  $h$  为浮标吃水深度， $\beta$  为钢桶倾斜角度， $\theta$  为锚链末端与锚链接触切线方向与海床的夹角， $G$  为所需重物球的质量， $H$  为此时对应的水深。

## 六、模型的评价与推广

### 6.1 模型的优点

1. 针对系泊系统中各物体所受的力复杂、计算困难，采取设置吃水深度，统一表示的方法，简单了问题的计算。
2. 针对锚链采取分段外推法，用锚链各节的受力分解为水平方向、垂直方向迭代计算，锚链部分的计算简单明了。

### 6.1 模型的缺点

1. 模型中做了一些假设，可能会导致计算结果有所误差。

## 七、模型的改进

### 一、模型 III 进一步考虑力矩平衡

在计算钢桶的倾斜角度时，为了简单计算，假设了它的角度与最后一节钢管角度一致，这与实际情况有一切的差距。若考虑力矩平衡，应可以使钢桶的倾斜角度更加准确。

### 二、修正模型 VIII 水流速度法平面的投影面积进一步精确

在计算钢桶和钢管受水流力的影响的大小时，因考虑他们的倾斜角度均不能超过 5 度，因时间关系我们假设物体在水流速度法平面的投影面积为圆柱的中心截面矩形，这也与实际有所差距。若具体计算，模型应更加精确。

## 参考文献

- [1]郝春玲,张亦飞,腾斌,等. 流速分布及锚链自身刚度对弹性单锚链系统变形和受力的影响[J]. 海洋学研究, 2006, 24(3):90-95 .
- [2]王冬姣.索-链-浮子/沉子组合锚泊线的静力分析[J].中国海洋平台, 2007, 16(5):16-20 .

- [3]于定勇. 水下锚泊系统计算[J]. 青岛海洋大学学报,1995(专辑):100-105.
- [4] Kreuzer著, 凌复华译. 非线性动力学系统的数值研究[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1989.
- [5]肖越. 系泊系统时域非线性计算分析[D]. 大连理工大学, 大连, 2005.

## 附录

### 7.1 问题一程序

```

m1--
>> clf
h=0.7825;
P = 0.105*7*9.8;
S=2*(2-h);
DS = 0.105;
Tz(1) =31541.3*h-23647.747;
format long;
TX =0.625SV^2
for i = 1 : 210
    Tz(i+1) = Tz(i) - P; if Tz(i+1)<0; Tz(i+1)=0;end
    Theta(i+1) = atan(Tz(i+1)/TX);
    T(i+1) = sqrt(TX^2 + Tz(i+1)^2);
    Y(i+1) = DS*sin(Theta(i+1));
    X(i+1) = DS*cos(Theta(i+1));
end
h1=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29))
h2=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*2))
h3=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*3))
h4=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4))
h5=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4-1300*9.8+72.42))
Xsum = sum(X)
Ysum = sum(Y)
H=Ysum+h+cos(h1)+cos(h2)+cos(h3)+cos(h4)+cos(h5)
l=Xsum+sin(h1)+sin(h2)+sin(h3)+sin(h4)+sin(h5)
Out = [Theta']
plot([cumsum(fliplr(X))],[cumsum(fliplr(Y))])

```

```

m2--
>> clf
h=0.7964;
P = 0.105*7*9.8;
DS = 0.105;
Tz(1) =31541.3*h-23647.747;
format long;
TX =720*(2-h);

```

```

for i = 1 : 210
    Tz(i+1) = Tz(i) - P; if Tz(i+1)<0; Tz(i+1)=0;end
    Theta(i+1) = atan(Tz(i+1)/TX);
    T(i+1) = sqrt(TX^2 + Tz(i+1)^2);
    Y(i+1) = DS*sin(Theta(i+1));
    X(i+1) = DS*cos(Theta(i+1));
end
h1=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29))
h2=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*2))
h3=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*3))
h4=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4))
h5=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4-1300*9.8+72.42))
Xsum = sum(X)
Ysum = sum(Y)
H=Ysum+h+cos(h1)+cos(h2)+cos(h3)+cos(h4)+cos(h5)
l=Xsum+sin(h1)+sin(h2)+sin(h3)+sin(h4)+sin(h5)
Out = [Theta']
plot([cumsum(fliplr(X))],[cumsum(fliplr(Y))])

```

## 第二部分

```

V=12m/s
h=0.7825
h1 =
    0.01480357283413
h2 =
    0.01488227174091
h3 =
    0.01496181181698
h4 =
    0.01504220661995
h5 =
    0.11481505161690
H =
    17.92766250723751
l =
    14.40665222380708

```

```

V=24m/s
h=0.7964
h1 =
    0.01421367027248
h2 =
    0.01428704913681
h3 =

```



```

0.01436118952541
h4 =
0.01443610335391
h5 =
0.09237043672690
H =
18.01087059751028
l =
17.19323335521531

```

## 7.2 问题二程序

```

m1--
>> clf
h=0.8163;
P = 0.105*7*9.8;
DS = 0.105;
Tz(1) =31541.3*h-23647.747;
format long;
TX =1620*(2-h);
for i = 1 : 210
    Tz(i+1) = Tz(i) - P; if Tz(i+1)<0; Tz(i+1)=0;end
    Theta(i+1) = atan(Tz(i+1)/TX);
    T(i+1) = sqrt(TX^2 + Tz(i+1)^2);
    Y(i+1) = DS*sin(Theta(i+1));
    X(i+1) = DS*cos(Theta(i+1));
end
h1=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29))
h2=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*2))
h3=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*3))
h4=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4))
h5=atan(180*(2-h)/(31541.3*h-9800-78.29*4-1300*9.8+72.42))
Xsum = sum(X)
Ysum = sum(Y)
H=Ysum+h+cos(h1)+cos(h2)+cos(h3)+cos(h4)+cos(h5)
l=Xsum+sin(h1)+sin(h2)+sin(h3)+sin(h4)+sin(h5)
Out = [Theta']
plot([cumsum(fliplr(X))],[cumsum(fliplr(Y))])

```

```

V=36m/s
h=0.8163
h1 =
0.01342585546714
h2 =

```

0.01349241304546  
h3 =  
0.01355963377835  
h4 =  
0.01362752762595  
h5 =  
0.07170276011223  
H =  
18.00567788254885  
l =  
18.18269714628377