

太阳影子定位问题

摘要

问题一研究的是影子长度的变化规律，首先通过太阳光线、影子和杆的三角关系发现影长的变化规律与太阳高度角有关，其次通过考证相关资料，找到与影长有关的因素为：太阳赤纬角、时角、观测地点纬度、杆长，基于各因素关系得到影子长度变化规律为： $h/\sqrt{h^2+l^2}=\sin D_E \sin \Phi+\cos D_E \cos \Phi \cos T_0$ ，最后利用此变化规律运用 MATLAB 编程可得出太阳高度角从 9 点到 15 点的正弦值，并绘出了影长变化曲线（见图 5），在整点时影子长度数据见下表：

时刻	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00
影长/米	6.5946	4.7698	3.9234	3.6782	3.9467	4.8067	6.6835

对于问题二，首先利用时间和影长的关系函数结合经度订正时间 L_c 得到直杆所在地经度为 $111^{\circ}1'25''E$ ，其次利用太阳高度角、太阳赤纬角和平面三角的关系求出纬度关系函数 $f(\Phi)_i$ 。数据带入关系函数后为超定非线性方程组，为求解方便，将原问题转化为求目标函数 $S(\Phi)$ 最优问题。最后，通过遗传算法编程得出几组直杆可能经纬度坐标及所在城市为：1. ($111.0236^{\circ}E, 31.1348^{\circ}N$) 湖北省宜昌市；2 ($111.0236^{\circ}E, 19.6589^{\circ}N$) 海南省文昌市；3. ($111.0236^{\circ}E, 27.1198^{\circ}N$) 湖南省邵阳市。

对于第三问，是在第二问基础上将测量日期作为未知变量求解，确定新的目标函数 $S(\Phi, N)$ ，使用第二问模型对新目标函数进行求解。对于附件二的数据分别得出以下几组直杆所在地可能经纬度坐标及所在城市及测量日期为：1. 新疆喀什，7 月 2 日，($75.9846^{\circ}E, 39.4826^{\circ}N$)，2. 印度，4 月 5 日，($75.9846^{\circ}E, 30.3514^{\circ}N$)。对于附件三的数据分别得出以下几组可能测量点经纬度坐标及所在城市及测量日期为：1. 陕西省延安市，12 月 11 日，($118.9693^{\circ}E, 36.7144^{\circ}N$) 2. 陕西省榆林市，12 月 4 日，($118.9693^{\circ}E, 38.2304^{\circ}N$)。

对于第四问，首先对视频进行预处理，每间隔两分钟即每 3000 帧提取一帧视频图像，利用 `rgb2gray` 函数把 RGB 的彩色图像转换成灰度图像。其次，在预处理后利用透视几何原理得到不同时刻的实际影子长度。最后构造新目标函数，使用第二问模型对新目标函数进行求解，得出以下几组可能测量点经纬度坐标、所在城市：1. 甘肃省平凉市 ($106.2646^{\circ}E, 35.3044^{\circ}N$) 2. 内蒙古呼和浩特 ($111.6858^{\circ}E, 40.8304^{\circ}N$)

对于拍摄日期未知的情况，只需加入日期变量，构造新的目标函数 $S(\Phi, N)_i$ ，即可根据问题视频确定出拍摄地点与日期。

关键词：影长变化规律 太阳高度角 超定非线性方程组 最小二乘法 遗传算法 透视几何原理 影子定位

一、问题重述

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面,太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化,确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

1.建立影子长度变化的数学模型,分析影子长度关于各个参数的变化规律,并应用你们建立的模型画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场(北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒)3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据,建立数学模型确定直杆所处的地点。将你们的模型应用于附件 1 的影子顶点坐标数据,给出若干个可能的地点。

3.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据,建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将你们的模型分别应用于附件 2 和附件 3 的影子顶点坐标数据,给出若干个可能的地点与日期。

4.附件 4 为一根直杆在太阳下的影子变化的视频,并且已通过某种方式估计出直杆的高度为 2 米。请建立确定视频拍摄地点的数学模型,并应用你们的模型给出若干个可能的拍摄地点。

如果拍摄日期未知,你能否根据视频确定出拍摄地点与日期?

二、符号说明

TT :真太阳时	C_T :地方标准时
L_C :经度订正	E_Q :时差
h :杆长	l :影子长度
H_A :太阳高度角	T_0 :太阳时角
N :按天数拍列的积日	A :太阳方位角
D_E :太阳赤尾	Φ :当地纬度
S :相似性变换	H :射影变换
N_0 :年修正系数	ΔN :订正积日

三、模型假设

- 1.不考虑太阳光折射问题,认为太阳光是平行光。
- 2.不考虑旗杆所处的海拔高度对其影子的影响。
- 3.不考虑气候原因对光线传播的影响。
- 4.直杆为不会发生形变的刚性直杆。
- 5.不考虑图像畸变对图像的影响。

四、问题分析

对于问题一研究的是影子长度随各因素的变化规律，首先本文通过太阳光线、影子和杆的三角关系发现影长的变化规律与太阳高度角 H_A 有关，随后通过考证相关资料，找到与太阳高度角 H_A 有关的因素，其次找到各因素间的相互关系并建立模型，最后再结合题目所给信息进行求解

对于问题二，由于本问附件一中给出的数据坐标指向不明，且在后续计算中需要用到具体方位，故首先要建立坐标系，其次利用时间和影长的关系函数结合经度订正时间 L_c 求出测量地经度，再次利用太阳高度角和太阳赤纬角及平面三角的关系求出关于纬度的关系函数 $f(\Phi)_i$ 。由于把数据带入关系函数中得到一组超定非线性方程组，故使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数 $S(\Phi)$ 的最优化问题的模型。

最后，通过遗传算法，将目标函数作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，以便于得到理想、稳定的结果。

对于第三问，是在第二问基础上将测量日期作为未知变量求解，首先要对目标函数进行重新确定，找到测量日期 N 与所求纬度 Φ 之间的关系，在得到关系函数后，使用最小二乘法的统计学原理对关系函数进行优化，得到目标函数，最后使用第二问理论对新目标函数进行求解。

对于第四问，由于附件中所给视频为动态图像，为了从视频中获取有效信息，首先必须对视频进行预处理以便于获取有价值的信息，每间隔两分钟即每 3000 帧提取一帧视频图像，利用 `rgb2gray` 函数把 RGB 的彩色图像转换成灰度图像。其次，在预处理过后利用透视几何学原理得到不同时刻的影子长度。再次利用影长，杆长和太阳高度角的三角关系得到关于纬度的关系函数 $f(\Phi)_i$ 。

由于把数据带入关系函数中得到一组超定非线性方程组，故使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数 $s(\Phi)$ 的最优化问题的模型。最后，通过遗传算法，将目标函数作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，以便于得到理想、稳定的结果。

五、模型的建立和求解

5.1 问题一

本问研究的是影子长度随各因素的变化规律，首先要明确与影子长度有关的因素，即为模型的准备阶段，其次找到各因素间的相互关系并建立模型，即为模型的建立阶段，最后再结合题目所给信息进行求解，即为模型的求解阶段。具体思路如图 1 所示：

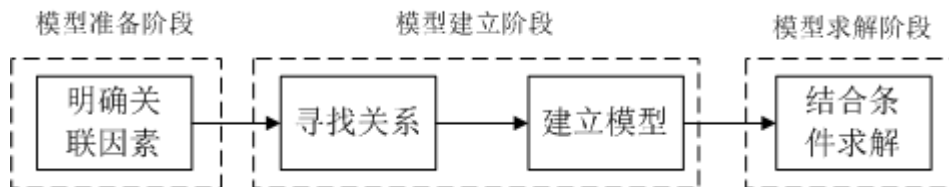


图 1 问题一思路图

下面具体对模型准备和建立阶段进行叙述。

5.1.1 模型的准备和建立

本题可以简化为一个太阳光线、杆与地面所构成的平面三角形问题。如图 2 所示：

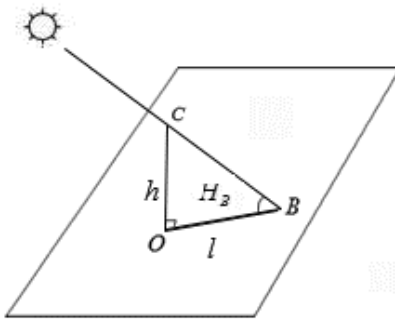


图 2 太阳光线、杆和地面示意图

太阳光线经过垂直于地面的高度为 h 直杆的顶部 C 交地面于点 B ，与地面的夹角为 H_B ，显然 O 、 B 、 C 在同一平面内，又太阳光、 B 、 C 在同一直线上，由平面向量基本定理可知太阳、杆和影子在同一平面内。对平面 $Rt\triangle OBC$ ，由正切函数可得杆的高度 h 与杆的影长 l 的关系为： $\tan H_B = \frac{h}{l}$ 。

太阳高度角是某地太阳光线与通过该地地心相连的地表切线的夹角，因为太阳光可近似认为是平行光，所以太阳光与地面所成的夹角 H_B 与太阳高度角

H_A 相同，故影子长度 $l = \frac{h}{\tan H_B} = \frac{h}{\tan H_A}$ ，即影子长度的变化规律与太阳高度角

H_A 有关，故下面研究太阳高度角 H_A 的变化规律。

考证相关文献资料[1]，可以知到太阳高度角随太阳的赤纬和地方时的变化而变化。太阳赤纬即太阳直射点的纬度，用 D_e 表示，观测地的纬度用 Φ 来表

示，地理纬度与太阳赤纬都是南纬取负，北纬取正，地方时即时角以 T_0 表示，有太阳高度角的计算方法：

$$\sin H_A = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 \quad (1)$$

由上式可以得出影长 l 与太阳赤纬 D_E 、观测地地理纬度 Φ 、时角 T_0 有关，下面对太阳赤纬和时角予以说明。

(1) 太阳赤纬角 D_E

通过查阅太阳赤纬的相关资料[1]可知太阳赤纬角为地球赤道平面与太阳和地球中心的连线之间的夹角。其计算公式为：

$$D_E = 0.3723 + 23.2567 \sin Q + 0.1149 \sin 2Q - 0.1712 \sin 3Q - 0.7580 \cos Q + 0.3656 \cos 2Q + 0.0201 \cos 3Q \quad (2)$$

其中中间变量 Q 为

$$Q = 2\pi \times 57.3 \times (N + \Delta N - N_0) / 365.2422 \quad (3)$$

$$N_0 = 79.6764 + 0.2422(Y - 1985) - [0.25(Y - 1985)] \quad (4)$$

式(3)中 N 为按天数顺序排列积日， ΔN 为积日订正值， N_0 为年修正系数， Y 为年份。

ΔN 由观测地点与格林尼治经度差产生的时间差订正值 L 和观测时刻与格林尼治0时时间差订正值 W 两项组成。

$$\Delta N = (W - L) / 24 \quad (5)$$

$$\pm L = (D + M / 60) / 15 \quad (6)$$

$$W = S + F / 60 \quad (7)$$

式(6)中 D 为观测点经度的度值， M 为分值，换算成与格林尼治时间差 L 。东经取负号，西经取正号。式(7)中 S 为观测时刻的时值， F 为分值。

(2) 时角 T_0

通过查阅网上资料[2]可知太阳时角表示的是某天体的赤经与当地的恒星时的差值。数值则表示了该天体与当地子午圈的角距离，并利用时间的单位，以小时来计量（1hour=15度），故时角计算公式为

$$T_0 = (TT - 12) \times 15^\circ \quad (8)$$

其中 TT 为真太阳时。通过查阅参考文献[1]，可得到真太阳时 TT 的计算公式：

$$TT = C_T + L_C + E_Q \quad (9)$$

其中 C_T 表示地方标准时(时区时)； L_C 表示经度订正(1 小时/15 度)； E_Q 表示时差。

1) 地方标准时 C_T

地方标准时 C_T 即表示某地所在国家所对应的标准时区。

2) 经度订正 L_C

对于某地已知的经度 J_1 ，其所在国家所对应的地方标准时区的标准子午圈的经度 J_2 ，它的经度订正为： $L_C = \pm \frac{|J_1 - J_2|}{15}$ ，若某地所在地方子午圈在标准子午圈的东边，则 L_C 为正，反之为负。

3) 时差 E_Q

时差 E_Q 指真正太阳时和地方平均太阳时的差，按以下公式计算：

$$E_Q = 0.0028 - 1.9857 \sin Q + 9.0095 \sin 2Q - 0.6882 \cos 2Q \quad (10)$$

式 (10) 中 Q 与上文中式 (3) 相同。

综上所述，基于上述公式建立起基于太阳高度角 H_A 变化的影长变化关系模型，自变量为时角，它是一个随时间、日期和经度改变而改变的量，因变量为影长，它的变化规律与 H_A 有关，具体长度变化规律为：

$$\frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 \quad (11)$$

式中 D_E 为太阳赤纬角，是一个与测量日期有关的变量； T_0 为时角，其是一个与地方标准时 C_T 、时差 E_Q 、经度订正 L_C 有关的时间变量； Φ 为观测地点纬度； h 为杆长，为大于零的常数值； l 为影长，其是一个与太阳高度角 H_A 和杆长 h 有关的变量。

5.1.2 理论的应用与模型求解

根据上述模型结合第一问中具体数据，我们可以得出具体数据与影子长度 l 具体关系，如图3所示：

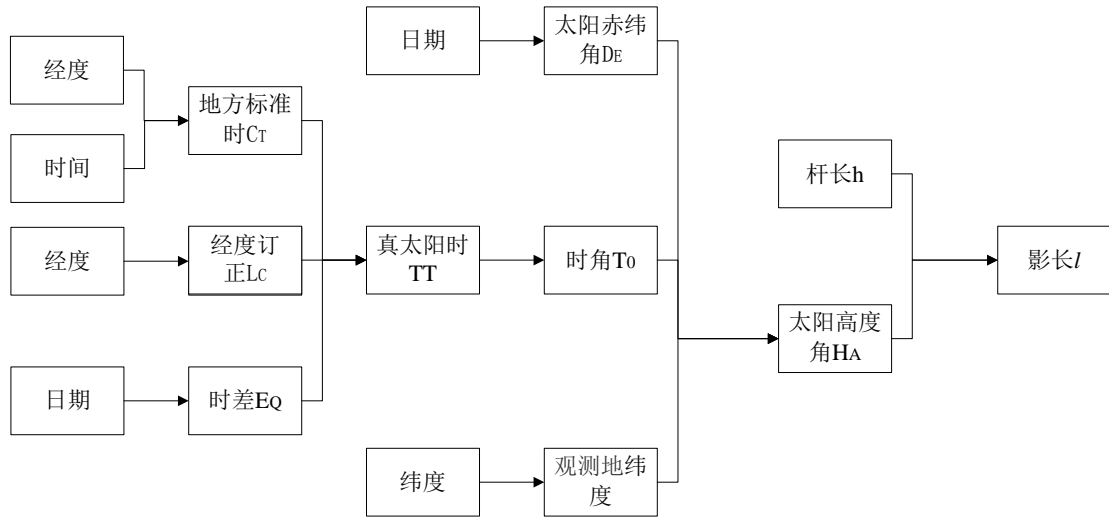


图3 参数关系图

在真太阳时计算过程中，由于问题一中要求的地点位于北京时区，地方标准时 C_T 采取北京时间作为其地方标准时间，故 C_T 从 9 点到 15 点按每 1/100 小时为间隔取值计算。根据题中所给经度为 $116^{\circ}23'29''E$ 位于标准子午圈西边，故经度订正公式可得 L_c 为 -0.240574 小时即 14.434442 分钟。根据题中所求 10 月 22 日的影子变化曲线，根据文献[1]中的附表 7（详见本文附录五），查表知当日的时差 E_Q 为 15 分钟。由于观测地纬度已给出，即观测纬度 Φ 即为 $39^{\circ}54'26''N$ ，由于测量日期已知，根据公式可计算得太阳赤纬角 $D_E = -10.402448^{\circ}$ 。

根据上述关系，运用 MATLAB 编程可得出太阳高度角的从 9 点到 15 点按每 1/100 小时为单位得到的正弦值（程序见附录一），如表 1 仅给出太阳高度角在整点时的正弦值：

表 1 整点太阳高度角正弦值

时刻	太阳高度角正弦值
9 点	0.419499
10 点	0.538804
11 点	0.613485
12 点	0.638455
13 点	0.612011
14 点	0.535955
15 点	0.415470

根据太阳高度角与杆高度的三角关系取用地方标准时得出影子长度变化曲

线，如图 4 所示：

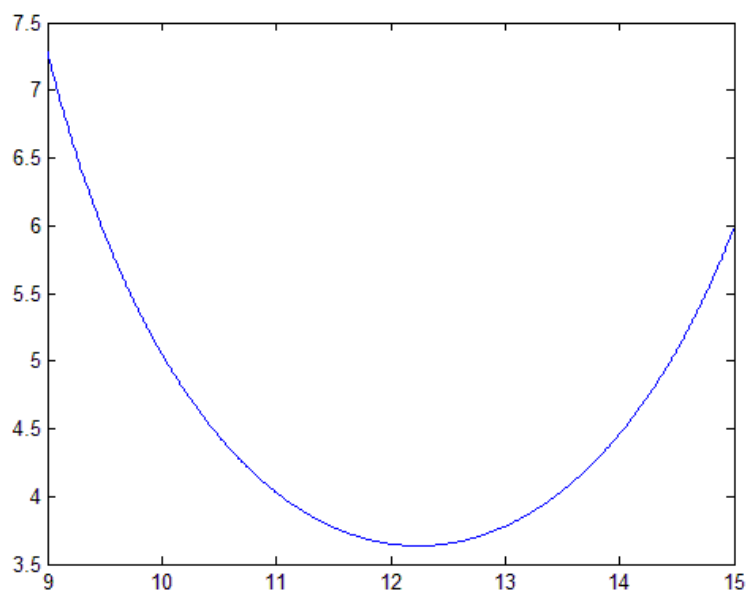


图 4 无时差的影子长度变化规律图

在上图基础上取用真太阳时进行修正后，得到修正后影子长度变化曲线，如图 5 所示：

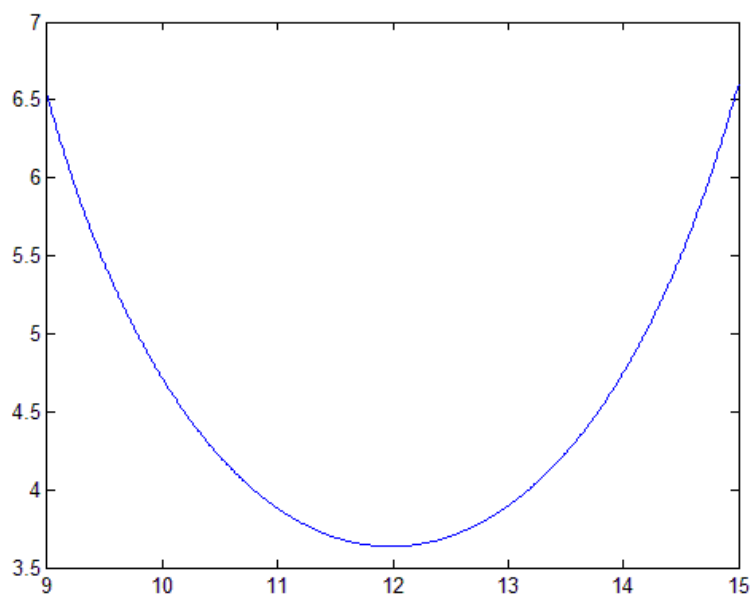


图 5 有时差的影子长度变化规律图

5.2 问题二

由于本问附件一中给出的数据坐标指向不明，且在后续计算中需要用到具体方位，故首先要建立坐标系，其次利用时间和影长的关系函数结合经度订正时间

L_c 求出测量地经度，再次利用太阳高度角和太阳赤纬角及平面三角的关系求出关于纬度的关系函数 $f(\Phi)_i$ 。

由于把数据带入关系函数中得到一组超定非线性方程组，故使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数 $s(\Phi)$ 的最优化问题的模型。最后，通过遗传算法，将目标函数作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，以便于得到理想、稳定的结果。其具体思路如图 6 所示：

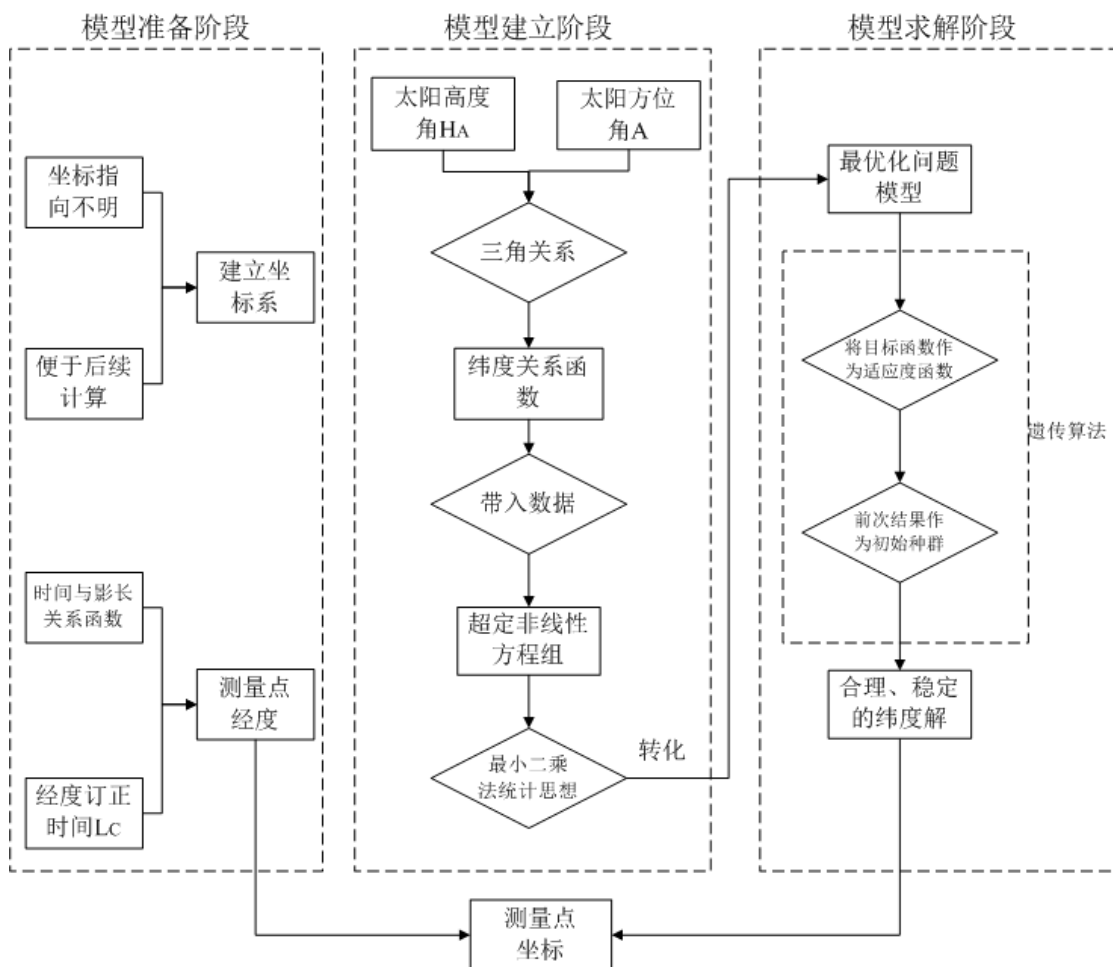


图 6 问题二思路图

5.2.1 模型的准备

由于附件一所给数据仅是基于不同时刻的顶点坐标，其坐标指向不明，且在后续计算中需要用到具体方位，故首先需要对坐标系进行建立，其次在后续计算中自变量个数太多，故先利用已知条件求出经度，消除对后续计算的影响。

5.2.1.1 坐标系的建立

对附件 1 给出的坐标数据进行分析，结合生活常识可以看出，北半球的正午过后，随着太阳往西南方向移动，直杆的影长会变长。若以经纬度建立参考坐标

系，向东、向北为正，给定当地的太阳高度角和太阳方位角可知影子顶点的坐标为：

$$x = h \cot H_A \sin A \quad (12)$$

$$y = h \cot H_A \cos A \quad (13)$$

从给出的数据可以正午过后看出 x 、 y 随着时间的变化都变大，而正午过后直杆的影子长度变化实际表现为向东变长，向北变长，如图 7 所示，比如当太阳在 14:00 时，影子顶点位于 B 点，当太阳在 15:00 时影子顶点在 C 点，C 点的横纵坐标都要比 B 点的大。从而可以明确，附件 1 中给出的 x 、 y 坐标和经纬度的方向是相互对应的，即为 x 轴正东方向， y 轴为正北方向。

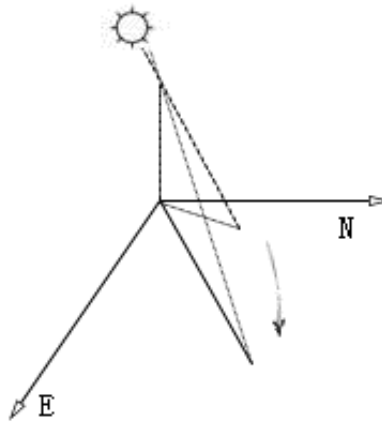


图 7 影子变化示意图

上文坐标系建立后首先根据附件 1 中数据计算出各个时间点的影长，影长计算公式为：

5.2.1.2 测量地经度的确定

$$l_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, i = 1, 2 \dots 21 \quad (14)$$

为便于求出影长最短时候的时间，所以首先要根据附件中时间和对应时间的影长得到时间和影长的关系函数。故将附件中各点时间与影长的数值导入 MATLAB 中对其关系函数进行拟合（程序见附录二），得到时间与影长的关系函数拟合图像，如图 8 所示：

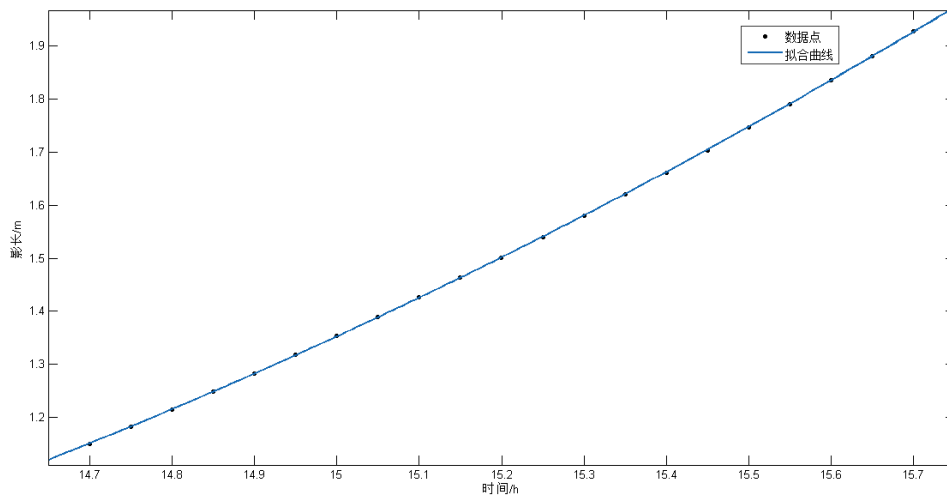


图 8 时间和影长拟合图

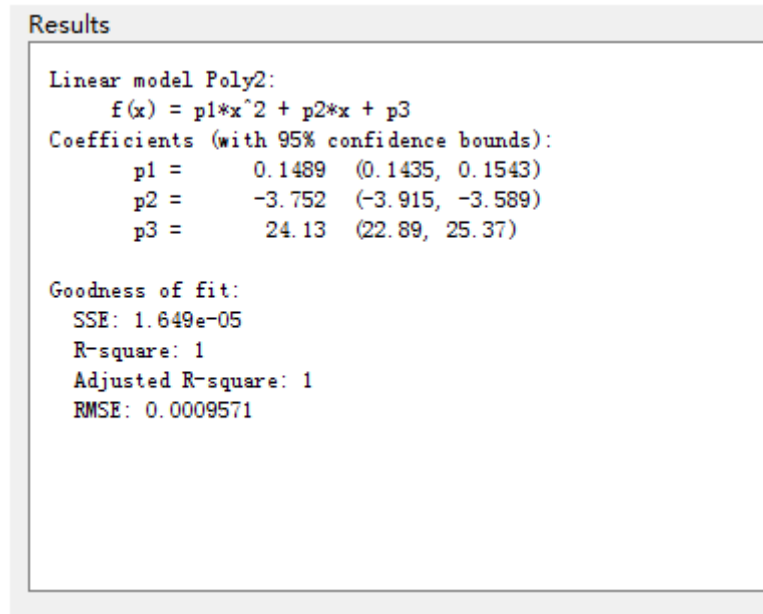


图 9 函数拟合结果

图 9 是函数的拟合结果，由结果看出其拟合结果为二次项函数，二次项系数为 p_1 ，一次项系数为 p_2 ，常数项系数为 p_3 ，且拟合结果较好。根据拟合结果对图像按横坐标从 9 点到 15 点进行拓宽以便于寻找最小值，拓宽后结果如图 10 所示：

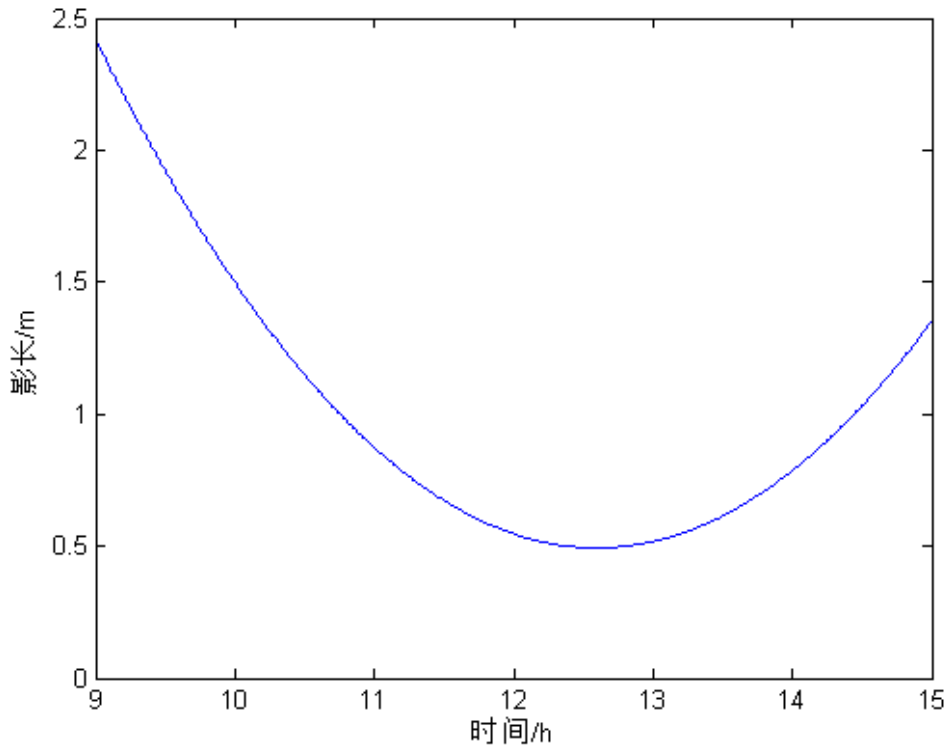


图 10 拓宽域后的影长变化图

由拓宽后结果可以发现影长随时间变化的最小值在区间内，其取到最小值时

的时间:

$$T_{\min} = -\frac{P_2}{2P_1} \quad (15)$$

计算得其近似值 $T_{\min} = 12.63299$ ，即在北京时间中午 12 点 38 分左右，影长取得最小值。由问题一中的影长变化规律公式:

$$\frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 \quad (16)$$

可知在当地时间 12 点时，时角 T_0 的值为 0，此时太阳高度角 H_A 取得最小值，故影长也因在当地时间 12 点时取得最小值。

正是因为直杆所在地子午圈与北京时区的子午圈的经度差异，才造成影长最小值取得时间的差异，二者的时间差用上文经度订正时间 L_C 表示，由其定义知由于直杆所在地取得最小值时间比标准北京时间 12 点晚，故 L_C 取负值，设直杆所在地经度为 J_1 ，北京时区的标准子午圈的经度为 J_2 ，由经度订正公式:

$$L_C = \pm \frac{|J_1 - J_2|}{15} \quad (17)$$

可得直杆所在地经度 $J_1 = 111.023644^\circ E = 111^\circ 1' 25.12'' E$ 。

经度确定后，要想得到测量地点的坐标，必须要计算出测量地点纬度，下面将对纬度的计算做出说明。

5.2.2 模型的建立

为了精确计算纬度，根据天文学知识引入太阳方位角的概念。

太阳方位角 A 一般是将目标参考物体的正北方向作为起始方向，将太阳光入射的方向作为终止方向，按照顺时针方向所测得的角度。其计算公式为:

$$\cos A = \frac{\sin H_A \sin \Phi - \sin D_E}{\cos H_A \cos \Phi} \quad (18)$$

式(18)中 H_A 为太阳高度角， D_E 为太阳赤纬、 Φ 为观测地地理纬度。由其计算公式可以看出其是一个与观测地地理纬度有关的变量。由此可以联想到有太阳高度角的计算公式:

$$\sin H_A = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 \quad (19)$$

由式(19)中 D_E 为太阳赤纬角、 Φ 为观测地地理纬度、 T_0 为时角。由此也可以看出太阳高度角也是一个与观测地地理纬度有关的变量。

于是将式(19)代入式(18)中，得出：

$$\cos A = \frac{\sin \Phi^2 \sin D_E + \sin \Phi \cos \Phi \cos D_E \cos T_0 - \sin D_E}{\sqrt{1 - (\sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0)^2} \cos \Phi} \quad (20)$$

将 $\cos A$ 移到等式右边，并令等式左边等于 $f(\Phi)$ ，得出式 (21)：

$$f(\Phi) = \frac{\sin \Phi^2 \sin D_E + \sin \Phi \cos \Phi \cos D_E \cos T_0 - \sin D_E}{\sqrt{1 - (\sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0)^2} \cos \Phi} - \cos A \quad (21)$$

式(21)中 D_E 为太阳赤纬角、 Φ 为观测地地理纬度、 T_0 为时角， A 是太阳方位角， H_A 是太阳高度角，由式子可以看出其是与地理纬度有关的函数。

根据太阳方位角的定义结合上文建立的坐标系可以得出太阳方位角为图 11 中的角 A 。

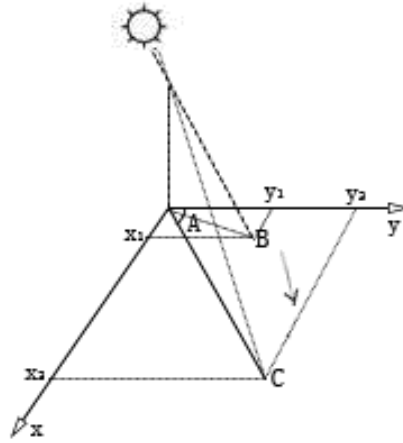


图 11 坐标系中影长变化图

由太阳的运动轨迹可以看出影子的顶点由 B 移动到 C 点，在包含点 C 的 $Rt\Delta$ 中，影子在 C 点时的太阳方位角与点 C 的坐标间存在平面三角形关系。即：

$$\tan A = \frac{y_2}{x_2} \quad (22)$$

由附件 1 中的不同时刻的 21 个点对应的坐标利用上式可计算得到其所对应的太阳方位角，并将带入式(21)中，并将 21 个点对应时刻的时角计算出来也一并代入(21)式中，可得纬度 Φ 的关系函数 $f(\Phi)_i$ ：

$$f(\Phi)_i = \frac{\sin \Phi^2 \sin D_E + \sin \Phi \cos \Phi \cos D_E \cos T_i - \sin D_E}{\sqrt{1 - (\sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_i)^2} \cos \Phi} - \cos A_i, i = 1, 2, \dots, 21 \quad (23)$$

式(23)中 i 是附件一给出的对应不同时刻的 21 个点， D_E 为太阳赤纬角、 Φ

为观测地地理纬度、 T_0 为时角， A 为太阳方位角， H_A 为太阳高度角。

由于附件一中给出了影子顶点多组坐标及时间数据，把这些数据带入方程中可以得到一组超定非线性方程组。由于对此类方程组没有暂时成熟的解法，因此使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数的最优化问题。通过查阅相关文献[3]下面对最小二乘法的统计学原理进行说明。

基本最小二乘法,其统计学原理是:设有物理量 y 与 l 个变量 x_1, x_2, \dots, x_l 之间的依赖关系式是 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_l; a_0, a_1, \dots, a_n)$ ，其中 a_0, a_1, \dots, a_n 是方程之中需要确定的 $n+1$ 个参数。最小二乘法就是通过 $m(m > n+1)$ 个实验点 $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{il}, y_i)(i=1, 2, \dots, m)$ 确定出一组参数值 (a_0, a_1, \dots, a_n) ，使得由这组参数得出的函数值 $y = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{il}; a_0, a_1, \dots, a_n)$ 与实验值 y_i 间的偏差平方和

$$s(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^m (y_i - \tilde{y}_i)^2 \text{ 取得极小值。}$$

依据上述原理，对关系函数进行处理，最后得出关于纬度 Φ 的目标函数：

$$s(\Phi) = \sum_{i=1}^n f(\Phi)_i^2 \quad (24)$$

式(24)中 Φ 为纬度， $f(\Phi)_i$ 为 Φ 的关系函数， i 为组数。经过上述转化后，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数的最优化问题的模型。为找出观测点纬度 Φ 下面将对上述模型进行求解。

5.2.4 模型的求解

为求解最优化问题模型，本文引用了遗传算法进行求解，下面根据相关文献对遗传算法进行介绍。

5.2.4.1 理论的简介

通过查阅相关文献[4]可知遗传算法 (GA) 是模拟孟德尔遗传学定律的生物进化过程和达尔文进化论中的自然选择和的计算模型，是一种采用模拟自然生物进化过程来搜索最优解的方法。遗传算法主要由编解码、个体适应度评估和遗传运算三大模块组成，以下对各个模块里的组分进行说明：

1、编码

GA 的编码有浮点型编码与二进制编码两种方式，为了方便计算机处理信息，我们采用二进制编码，同时也满足方便对染色体进行遗传、变异和突变等操作处的要求理。

2、解码

解码的目的是将不直观的二进制数据序列还原成十进制序列。遗传算法的编码与解码在宏观上可以和生物的基因型和表现型对应，在微观上可以和 DNA 的转录和翻译两个过程对应。

3、交配

交配运算是利用单点或多点进行交叉的算子。首先是用随机数函数产生单个或多个交配点的位置，然后使两个个体在交配点位置互换部分基因编码，形成两个新的子个体。

4、突变

突变运算是用基本位进行基因突变。为了避免算法在后期出现种群过早收敛的现象，对于由二进制基因码组成的个体种群，进行突变处理，实行基因码的小几率翻转，对于二进制编码即 0 变为 1, 1 变为 0。

5、倒位

除交配和突变以外，对于复杂的问题还可能用到倒位，对应的运算为倒位运算，即染色体在某个区段上的正常排列发生前后 180 度的翻转。

6、个体适应度评估

自然界中适应性强的物种才能有更多机会存活，GA 中依照与个体适应度成正比的几率来决定当前种群中每一个个体遗传到下一代群体中的机会。通常情况下，求目标函数最值问题可以直接把目标函数当作检测个体适应度大小的函数。

7、复制

复制运算是根据个体适应度大小决定个体下一代遗传的可能性。若种群中个体总数为 M ，个体 i 的适应度为 f_i ，则个体 i 被选中的几率：

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{k=1}^M f_k} \quad (25)$$

当个体复制的几率确定后，再产生在 $[0,1]$ 区间的均匀随机数来决定哪些个体可以参加复制。若个体适应度较高，则被选取的几率 P_i 就大，则有可能被多次选中，它的遗传基因就会在种群里扩散；若个体的复制几率较小，则会被淘汰。

5.2.4.1 理论应用和模型的求解

由上文理论可以得出求解目标函数最优化问题即把目标函数 $s(\Phi)$ 作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。且由于遗传算法本质上是一种启发式的随机运算，算法程序通常需要经过多次运行才能得到理想结果，故本文将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，以便于得到理想、稳定的结果。基于此运用 MATLAB 软件编程得到最佳个体适应度值变化趋势图（程序见附录二）：

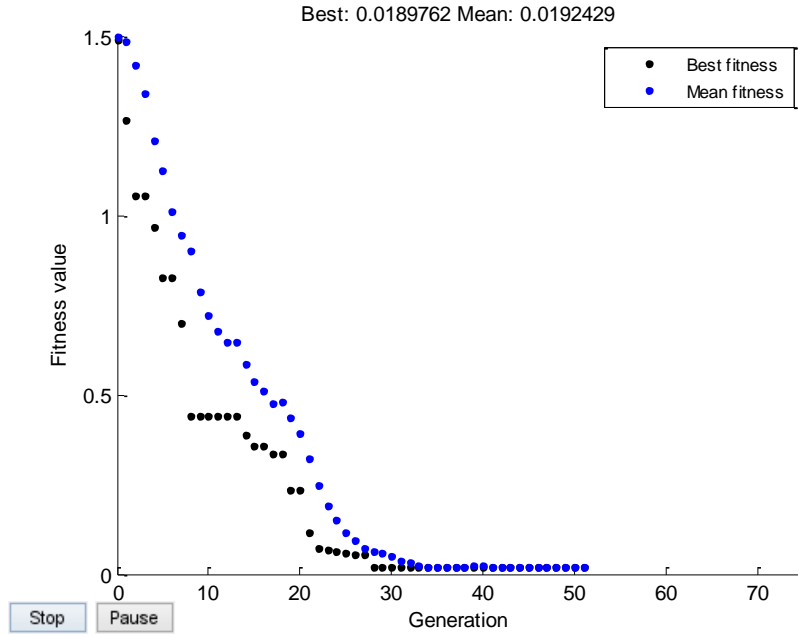


图 12 最佳个体适应度值变化趋势图

从图 12 中可以看到适应度逐渐趋向于零，表明目标函数得到了理想、稳定的解。下面列举其中一次运行结果，如图 13 所示：

```
Optimization terminated: maximum number of generations excee
Optimization terminated: average change in the fitness value
本次程序执行的最优目标函数值: 0.018975对应的纬度为:31.1424
所求经纬度为经度: 111.0236 纬度: 31.1424
```

图 13 matlab 结果图

图 13 中最优解下的函数值趋近于零，即表示能得到稳定、理想的解，且本文将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，故在得出最优解前已运算多次，误差较小，故本次最优解 Φ 为 $31.1424^{\circ}N$ 。

经过反复验证，选取误差较小，目标函数值较小时的最优解，得出以下几组可能测量点经纬度坐标，并在地图上定位得出了可能测量地点所在城市，如表 2 所示：

表 2 附件 1 中对应的可能地点

经度	纬度	地点
$111.0236^{\circ}E$	$31.1348^{\circ}N$	湖北省宜昌市
$111.0236^{\circ}E$	$19.6589^{\circ}N$	海南省文昌市
$111.0236^{\circ}E$	$27.1198^{\circ}N$	湖南省邵阳市

5.3 问题三

问题三即是在问题二基础上将测量日期作为未知变量求解，首先要对目标函数进行重新确定，找到测量日期 N 与所求纬度 Φ 之间的关系，在得到关系函数后，使用最小二乘法的统计学原理对关系函数进行优化，得到目标函数，最后使用问题二的理论对新的目标函数进行求解。

5.3.1 目标函数的确定

依据问题二中经度的求解方法，可计算得到附件二中的测量地的经度 $j_2 = 71.8874^{\circ}E$ ，附件三中的测量地的经度 $j_3 = 108.9693^{\circ}E$ 。

由上文知太阳赤纬角 D_E 的计算公式为：

$$D_E = 0.3723 + 23.2567 \sin Q + 0.1149 \sin 2Q - 0.1712 \sin 3Q - 0.7580 \cos Q + 0.3656 \cos 2Q + 0.0201 \cos 3Q \quad (26)$$

其中中间变量 Q 为

$$Q = 2\pi \times 57.3 \times (N + \Delta N - N_0) / 365.2422 \quad (27)$$

$$N_0 = 79.6764 + 0.2422(Y - 1985) - [0.25(Y - 1985)] \quad (28)$$

式中 N 为按天数顺序排列积日， ΔN 为积日订正值， N_0 为年修正系数， Y 为年份。

时差 E_Q 的计算公式为：

$$E_Q = 0.0028 - 1.9857 \sin Q + 9.0095 \sin 2Q - 0.6882 \cos 2Q \quad (29)$$

式中 Q 与式(27)一样。

由时差 E_Q 和太阳赤纬角 D_E 的计算公式可以看出测量日期 N 与以上因素有关，问题三相对与问题二而言，少了测量日期 N 这一条件，即本文将测量日期 N 作为一个自变量处理。把时角和太阳赤纬角用日期 N 表示带入上题关系函数中，得到纬度和测量日期 N 的关系函数 $f(\Phi, N)_i$ ：

$$f(\Phi, N)_i = \frac{\sin \Phi^2 \sin D_E + \sin \Phi \cos \Phi \cos D_E \cos T_i - \sin D_E}{\sqrt{1 - (\sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_i)^2} \cos \Phi} - \cos A_i, i = 1, 2, \dots, 21$$

式中 i 是附件二、三给出的对应不同时刻的两组各 21 个点， D_E 为太阳赤纬角、 Φ 为观测地地理纬度、 T_0 为时角， A 为太阳方位角， H_A 为太阳高度角。

同理利用最小二乘法的统计学原理对关系函数进行处理最后得出关于纬度 Φ 和测量日期 N 的目标函数：

$$s(\Phi, N) = \sum_{i=1}^n f(\Phi, N)_i^2 \quad (30)$$

式(30)中 Φ 为纬度， N 为测量时间， $f(\Phi, N)_i$ 为 Φ, N 的关系函数， i 为组数。

经过上述转化后,将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数的最优化问题的模型。

5.3.2 模型的求解

对目标函数求解过程中,本文利用问题二理论,把目标函数 $s(\Phi, N)$ 作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群,以便于得到理想、稳定的结果。基于此运用 MATLAB 软件编程得到最佳个体适应度值变化趋势图(程序见附录三):

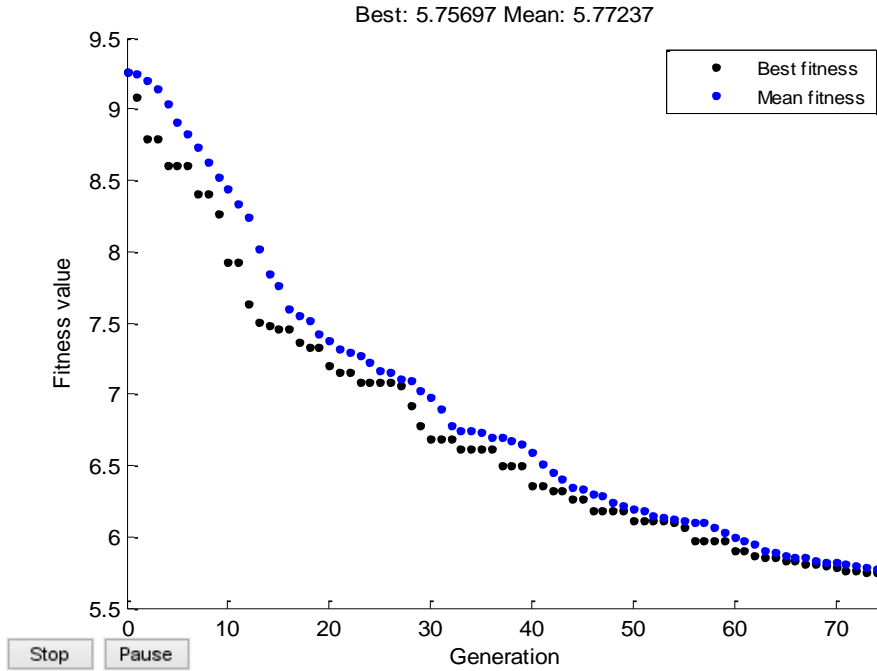


图 14 最佳个体适应度值变化趋势图

从图 14 中可以看到适应度逐渐趋向于零,表明目标函数得到了理想、稳定的解。下面列举其中一次运行结果,如图 15 所示:

```

Optimization terminated: maximum number of generations excee
Optimization terminated: maximum number of generations excee
本次程序执行的最优目标函数值: 3.5503对应的纬度为:38.2304
所求经纬度为经度: 108.9693  纬度: 38.2304拍摄日期为第338天
    
```

图 15 matlab 运行结果

图中最优解下的函数值趋近于零,即表示能得到稳定、理想的解,且本文将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群,故在得出最优解前已运算多次,误差较小。故本次最优解 Φ 为 $38.2304^{\circ}N$, N 为第 338 天。

经过对附件二中数据的计算结果的反复验证,选取误差较小,目标函数值较小的最优解,得出以下几组测量点数据,如表 3 所示:

表 3 附件 2 中对应可能的地点和日期

经度	纬度	地点	日期
$75.9846^{\circ}E$	$39.4826^{\circ}N$	新疆喀什	183 (7 月 2 日)
$75.9846^{\circ}E$	$30.3514^{\circ}N$	印度	95 (4 月 5 日)

同理对附件三中数据的计算结果的反复验证, 选取误差较小, 目标函数值较小的最优解, 得出以下几组测量点数据, 如表 4 所示:

表 4 附件 3 中对应可能的地点和日期

经度	纬度	地点	日期
$118.9693^{\circ}E$	$36.7144^{\circ}N$	陕西省延安市	345 (12 月 11 日)
$118.9693^{\circ}E$	$38.2304^{\circ}N$	陕西省榆林市	338 (12 月 4 日)

5.4 问题四

由于附件中所给视频为动态图像, 为了从视频中获取有效信息, 首先必须对视频进行预处理以便于获取有价值的信息, 每间隔两分钟即每 3000 帧提取一帧视频图像, 利用 `rgb2gray` 函数把 RGB 的彩色图像转换成灰度图像。其次, 在预处理过后利用平面几何关系得到不同时刻的影子长度。再次利用影长, 杆长和太阳高度角的三角关系得到关于纬度的关系函数 $f(\Phi)_i$ 。

由于把数据带入关系函数中得到一组超定非线性方程组, 故使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理, 将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数 $s(\Phi)$ 的最优化问题的模型。最后, 通过遗传算法, 将目标函数作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群, 以便于得到理想、稳定的结果。其具体思路如图 16 所示:

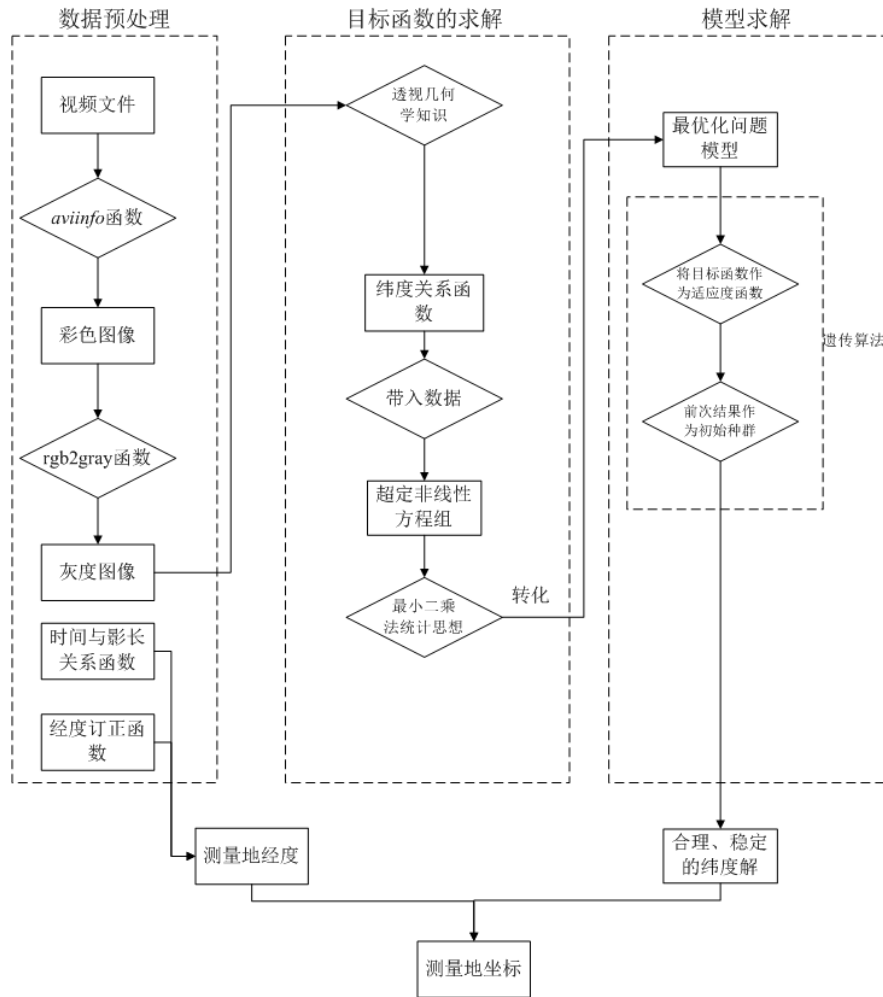


图 16 问题四的思路图

5.4.1 视频预处理

通过 *aviinfo* 函数可知视频是播放帧率为 25 的图片的集合，视频总共有 61020 帧，我们以整分钟的时刻 8:55 为起点（视频中帧号对应为 1343），每间隔两分钟即每 3000 帧提取一帧视频图像，把 40 分钟的视频信息精简到提取的 20 张 1920*1080 像素的图片上。为了便于计算机对图片的计算，利用 *rgb2gray* 函数把 RGB 的彩色图像转换成灰度图像。

5.4.2 实际影长的求解

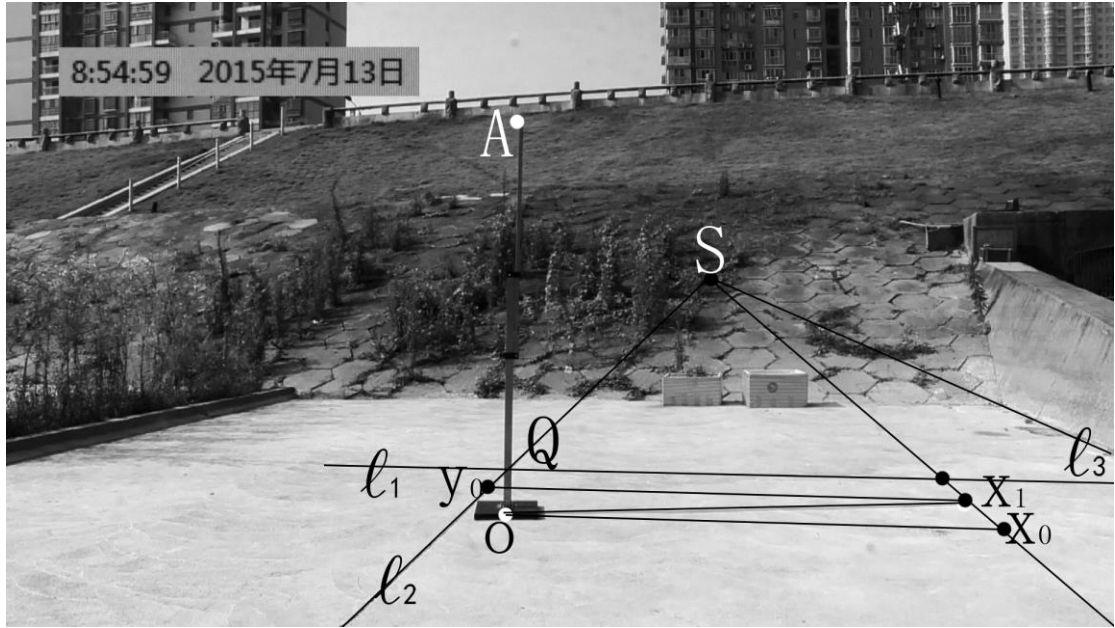


图 17 8:54:59 的灰度图像

取转化后时刻点为北京时间 8:54:59 的灰度图像，如图 17 所示，进行分析，可以发现地面上有两条相互垂直的水泥地缝线 l_1, l_2 ，其中 l_2 与最右侧地面界线 l_3 构成了平行线，在图上延长 l_2, l_3 交于透视点的消失点即灭点 S 。为方便获取图像信息，取 l_1, l_2 分别为 x 轴， y 轴， Q 为坐标原点建立坐标系。

连接影子顶点 X_1 与灭点 S ，过直杆底端 O 作 x 轴的平行线交 SX_1 于 x_0 点，过 x_1 作 x 轴的平行线交 y 轴于 y_0 ，则 (x_0, y_0) 即为影子在该坐标系中的坐标。

下面利用透视成像原理对照片中的坐标进行转化。以 $b(x, y, 1)$ 表示照片中影子顶点的齐次坐标， $B(X, Y, 1)$ 表示该点的物方齐次坐标， H 表示射影变换，它是一个 3×3 的齐次矩阵。如果已知 4 个或以上的物方坐标就可求得 H ，然后通过测量照片上的距离算出杆子的影长，其转化方程为：

$$B = Hb \quad (31)$$

而射影变换可以表示为 $H = S \cdot N$ ， S 为相似性变换，包含了 H 中的度量要素，

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{pmatrix}, (l_1, l_2, l_3 \text{ 是地平线 } L_\infty \text{ 的三个分量, 由已知的 4 组以上的对应点确定}),$$

它包含了 H 中的非度量要素 [5, 6]，当 N 确定后，就可对照片的影像进行度量纠正，生成平行影像。在平行影像的基础上，可以两点间的坐标距离公式得到影子的长度，如式 (32) 所示：

$$l = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \quad (32)$$

经过对 (x_0, y_0) 应用坐标变换, 得到视频中随时间变化的影长如下表:

表 5 视频中每两分钟对应的影长

时间	影长	时间	影长	时间	影长	时间	影长
8:55	2.3126	9:05	2.2026	9:15	2.1038	9:25	2.0086
8:57	2.2862	9:07	2.1873	9:17	2.0881	9:27	1.9880
8:59	2.2655	9:09	2.1584	9:19	2.0683	9:29	1.9699
9:01	2.2444	9:11	2.1448	9:21	2.0407	9:31	1.9532
9:03	2.2256	9:13	2.1233	9:23	2.0225	9:33	1.9327

5.4.3 目标函数的确定

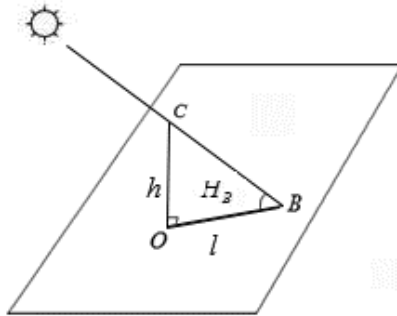


图 18 太阳光线、杆、地面关系图

根据杆长 h 和影长 l 的三角关系, 能够得出其与太阳高度角的关系为:

$$\sin H_A = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} \quad (33)$$

将式(33)代入太阳高度角计算公式 $\sin H_A = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0$

中, 可以得到的以下关系:

$$\frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 \quad (34)$$

其中 D_E 为太阳赤纬、 Φ 为观测地地理纬度、 T_0 为时角, h 为杆长和影长为 l 。

将 $\frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}$ 移到等式右边, 并令等式左边等于 $f(\Phi)$, 得出式:

$$f(\Phi) = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}} \quad (35)$$

将上文得到的影长代入上式, 并根据不同数据点的时间信息, 利用上式可计算得到其所对应的参数代入式中, 可得纬度 Φ 的关系函数 $f(\Phi)_i$:

$$f(\Phi)_i = \sin D_E \sin \Phi + \cos D_E \cos \Phi \cos T_0 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}}, i = 1, 2, \dots, 20 \quad (36)$$

同理利用最小二乘法的统计学原理对关系函数进行处理最后得出关于纬度 Φ 和测量日期 N 的目标函数：

$$s(\Phi) = \sum_{i=1}^n f(\Phi)_i^2 \quad (37)$$

式中 Φ 为纬度， N 为测量时间， $f(\Phi, N)_i$ 为 Φ, N 的关系函数， i 为组数。经过上述转化后，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数的最优化问题的模型。

5.4.4 模型的求解

由于上文已计算出杆长，依据问题二中经度的求解方法，可计算得到该测量地的经度 $j = 106.2646^\circ E$

对目标函数求解过程中，本文利用问题二理论，把目标函数 $s(\Phi)$ 作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，以便于得到理想、稳定的结果。基于此运用 MATLAB 软件编程得到最佳个体适应度值变化趋势图（程序见附录四）：

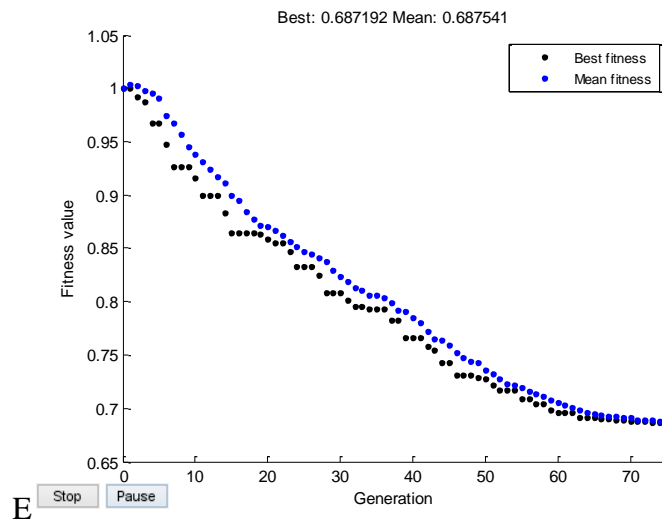


图 19 最佳个体适应度值变化趋势图

从图 19 中可以看到适应度逐渐趋向于零，表明目标函数得到了理想、稳定的解。下面列举其中一次运行结果，如图所示：

Optimization terminated: maximum number of generations exceeded
 本次程序执行的最优目标函数值：0.68719 对应的纬度为：35.3044
 所求经纬度为经度：106.2646 纬度：35.3044

图 20 matlab 结果图

图中最优解下的函数值趋近于零，即表示能得到稳定、理想的解，且本文将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，故在得出最优解前已运算

多次，误差较小。故本次最优解 Φ 为 $35.3044^\circ N$ 。

经过对附件二中数据的计算结果的反复验证，选取误差较小，目标函数值较小时的最优解，得出以下可能几组测量点数据，如表 6 所示：

表 6 视频所对应可能的地点

经度	纬度	地点
$106.2646^\circ E$	$35.3044^\circ N$	甘肃省平凉市
$111.6858^\circ E$	$40.8304^\circ N$	内蒙古呼和浩特

对于拍摄日期未知的情况，能根据视频确定出拍摄地点与日期，其具体思路如下：

首先对图像处理，利用透视几何学知识求出影长，其次利用时间和影长的关系函数结合经度订正时间 L_c 求出测量地经度，再次利用杆长与影长及太阳高度角的平面三角的关系求出关于纬度及日期的关系函数 $f(\Phi, N)_i$ 。

由于把数据带入关系函数中得到一组超定非线性方程组，使用最小二乘法的统计学思想对关系函数进行处理，将求解原超定非线性方程组的问题转化为求解目标函数 $S(\Phi, N)$ 的最优化问题的模型。最后，使用 MATLAB 编程，通过遗传算法，将目标函数作为检测个体适应度大小的函数 f_i 进行子代遗传可能性的运算。并且将前一次运行得到的最后种群作为下次运行的初始种群，得到测量地点的坐标纬度以及拍摄时间。

六、模型的评价

6.1 模型的优点

- 1 遗传算法对模型的求解容易得到全局最优解。
- 2 把超定非线性方程的求解转化为对目标函数的最优化问题降低了计算的困难程度。

6.2 模型的缺点

- 1 遗传算法一种启发式随机搜索算法，每次由其得出的结果不相同。
- 2 把超定非线性方程的求解转化为最优化问题增大了了解的误差。

6.3 模型的改进

- 1 本文模型得到的结果与基于其他方法构建的模型所得的结果进行比较，进一步分析存在的不足与优势。
- 2 可以将精度作为未知数代入超定非线性方程组进行求解，以进一步减小误差。

参考文献

- [1]中国气象局, 地面气象观测规范[Z], 北京: 气象出版社, 2003年11月
- [2]百度百科, 太阳时角, <http://baike.baidu.com/view/5211655.htm>, 2015年9月11日
- [3]百度文库, 最小二乘法及原理, <http://wenku.baidu.com/link?url=I50nxod-wD6M6VwjSRjT8B>, 2015年9月11日
- [4]卓金武, Matlab 在数学建模中的应用, 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011年4月
- [5]闫霖, 林怡, 陈鹰, 基于单像视觉的平面透视影像度量纠正方法, 计算机工程与应用, 28-30, 2014
- [6]Liebowitz David, Criminisi Antonio, Zisserman Andrew. Creating Architectural Models From Computer Graphics[c]. In: EUROGRAPHICS 99, Blackwell Sei Ltd, Oxford, England, 1999: 39-50
- [7]林根石, 利用太阳视坐标的计算进行物高测量与定位, 南京林业大学学报, 89-93, 1999
- [8]武琳, 基于太阳阴影轨迹的经纬度估计技术研究, 天津大学硕士学位论文, 2010, 12
- [9]郑鹏飞, 林大钧, 刘小羊, 吴志庭, 基于影子轨迹线反求采光效果的技术研究, 华东理工大学学报(自然科学版), 458-463, 2010
- [10]郭丽丽, 交通事故现场相机标定及测距技术研究, 山东师范大学硕士学位论文, 2009

附录

附录一：问题一 Matlab 代码

```

FI=39+54/60+26/3600;
D=116+23/60+29/3600;
h=3;
N=294;
L=D/15;
N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)-
floor(0.25*(2015-1985));
theta=FI*pi/180;
c=[];
d=[];
for w=9:0.01:15
    deltaN=(w-L)/24;
    b=2*pi*(N-1)/365;
    DZ=0.006918-
0.399912*cos(b)+0.070257*sin(b)-
0.006758*cos(2*b)
    +0.000907*sin(2*b)-
0.002697*cos(3*b)+0.00148*sin(3*b);
    Q=2*pi*(N-N0)/365.2422*pi/180;
    EQ=0.0028-
1.9857*sin(Q)+9.9059*sin(2*Q)-
7.0924*cos(Q)-0.6882*cos(2*Q);
    TT=w+(D-120)/15+0.255;
    t0=(TT-12)*15*pi/180;

a=sin(DZ)*sin(theta)+cos(DZ)*cos(theta)
*cos(abs(t0));
    if w==9||10||11||12||13||14||15
        a;
    end
    if floor(w)==w
        d=[d,a];
    end
    l=sqrt(1-a^2)/a*h;
    c=[c,l];
end
a=9:0.01:15;
figure(2)
plot(a,c)

```

附录二：问题二 Matlab 代码

```

%主程序
A=[14+42/60 1.0365 0.4973
14+45/60 1.0699 0.5029
14+48/60 1.1038 0.5085
14+51/60 1.1383 0.5142
14+54/60 1.1732 0.5198
14+57/60 1.2087 0.5255
15 1.2448 0.5311
15+3/60 1.2815 0.5368
15+6/60 1.3189 0.5426
15+9/60 1.3568 0.5483
15+12/60 1.3955 0.5541
15+15/60 1.4349 0.5598
15+18/60 1.4751 0.5657
15+21/60 1.516 0.5715
15+24/60 1.5577 0.5774
15+27/60 1.6003 0.5833
15+30/60 1.6438 0.5892
15+33/60 1.6882 0.5952
15+36/60 1.7337 0.6013
15+39/60 1.7801 0.6074
15+42/60 1.8277 0.6135];
D=zeros(21,1);
for i=1:21
    D(i,1)=sqrt(A(i,2)^2+A(i,3)^2);
end
B=polyfit(A(:,1),D,2);
a=9:0.01:15;
b=polyval(B,a);
plot(a,b)
T=-B(1,2)/(2*B(1,1));
N=108;
EQ=0;
DE=10.2*pi/180;
j=-(T-12)*15+120;
T=150;
optionsOrigin=gaoptimset('Generations',
T/2);
[x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs,
1,optionsOrigin);
option1=gaoptimset('Generations',T/2,'I
nitialPopulation',final_pop,...
'PlotFcns',@gaplotbestf);
[x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs,
1,option1);
Bestx=x;
BestFval=fval;
for i=1:21
    p=sin(x*pi/180)*sin(DE)+cos(x*pi/180)*c
os(DE)*cos((A(i,1)+(j-120)/15-
12+EQ)*15*pi/180);
    sqrt(1-
    p^2)*sqrt(A(i,2)^2+A(i,3)^2);
end
disp(['本次程序执行的最优目标函数
值: ',num2str(BestFval),'对应的纬度
为:',num2str(x)]);
disp(['所求经纬度为经度: ',num2str(j),'
纬度: ',num2str(x)]);

```

<pre> function f=hs(x) A=[14+42/60 1.0365 0.4973 14+45/60 1.0699 0.5029 14+48/60 1.1038 0.5085 14+51/60 1.1383 0.5142 14+54/60 1.1732 0.5198 14+57/60 1.2087 0.5255 15 1.2448 0.5311 15+3/60 1.2815 0.5368 15+6/60 1.3189 0.5426 15+9/60 1.3568 0.5483 15+12/60 1.3955 0.5541 15+15/60 1.4349 0.5598 15+18/60 1.4751 0.5657 15+21/60 1.516 0.5715 15+24/60 1.5577 0.5774 15+27/60 1.6003 0.5833 15+30/60 1.6438 0.5892 15+33/60 1.6882 0.5952 15+36/60 1.7337 0.6013 15+39/60 1.7801 0.6074 15+42/60 1.8277 0.6135]; j=111.023644988369; N=108; N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)- floor(0.25*(2015-1985)); Q=2*pi*(N-N0)/365.2422*pi/180; EQ=0; DE=10.2*pi/180; if(x(1)>90 x(1)<-90) f=75; else f=(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*p i/180)*cos(DE)*cos((A(1,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)- sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(1,1)+(j-120)/15- 12)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))- A(1,3)/sqrt(A(1,2)^2+A(1,3)^2))^2+... </pre>	<pre> x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(2,1)+(j- 120)/15- 12)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))- A(2,3)/sqrt(A(2,2)^2+A(2,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/1 80)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)- sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15- 12)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))- A(3,3)/sqrt(A(3,2)^2+A(3,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/1 80)*cos(DE)*cos((A(4,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)- sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(4,1)+(j-120)/15- 12)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))- A(4,3)/sqrt(A(4,2)^2+A(4,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/1 80)*cos(DE)*cos((A(5,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)- sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(5,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(5,3)/sqrt(A(5,2)^2+A(5,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/1 80)*cos(DE)*cos((A(6,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)- sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(6,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(6,3)/sqrt(A(6,2)^2+A(6,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/1 80)*cos(DE)*cos((A(7,1)+(j-120)/15- </pre>
---	--

$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(2,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(2,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))})}{\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(2,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))}})$	$12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(7,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(7,3)/\sqrt{A(7,2)^2+A(7,3)^2})^2+...$
$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(8,3)/\sqrt{A(8,2)^2+A(8,3)^2})^2+...$	$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(13,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(13,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(13,3)/\sqrt{A(13,2)^2+A(13,3)^2})^2+...$
$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(9,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(9,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(9,3)/\sqrt{A(9,2)^2+A(9,3)^2})^2+...$	$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(14,3)/\sqrt{A(14,2)^2+A(14,3)^2})^2+...$
$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(10,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(10,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(10,3)/\sqrt{A(10,2)^2+A(10,3)^2})^2+...$	$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(15,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(15,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(15,3)/\sqrt{A(15,2)^2+A(15,3)^2})^2+...$
$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(11,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(11,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(11,3)/\sqrt{A(11,2)^2+A(11,3)^2})^2+...$	$\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/(\sqrt{1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)}-A(16,3)/\sqrt{A(16,2)^2+A(16,3)^2})^2+...$

<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(12,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(12,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(12,3)/sqrt(A(12,2)^2+A(12,3)^2))^2+...</p> <p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(18,3)/sqrt(A(18,2)^2+A(18,3)^2))^2+...</p> <p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(19,3)/sqrt(A(19,2)^2+A(19,3)^2))^2+...</p> <p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(20,3)/sqrt(A(20,2)^2+A(20,3)^2))^2+...</p> <p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-</p>	<p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(16,3)/sqrt(A(16,2)^2+A(16,3)^2))^2+...</p> <p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(17,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(17,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(17,3)/sqrt(A(17,2)^2+A(17,3)^2))^2+...</p>
--	---

```
sin(DE))/(sqrt(1-  
(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18  
0)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-  
12+EQ*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180  
)-A(21,3)/sqrt(A(21,2)^2+A(21,3)^2))^2;  
end
```

附录三：问题三第一小问 Matlab 代码

<pre> %主程序 A=[12+41/60 -1.2352 0.173 12+44/60 -1.2081 0.189 12+47/60 -1.1813 0.2048 12+50/60 -1.1546 0.2203 12+53/60 -1.1281 0.2356 12+56/60 -1.1018 0.2505 12+59/60 -1.0756 0.2653 13+2/60 -1.0496 0.2798 13+5/60 -1.0237 0.294 13+8/60 -0.998 0.308 13+11/60 -0.9724 0.3218 13+14/60 -0.947 0.3354 13+17/60 -0.9217 0.3488 13+20/60 -0.8965 0.3619 13+23/60 -0.8714 0.3748 13+26/60 -0.8464 0.3876 13+29/60 -0.8215 0.4001 13+32/60 -0.7967 0.4124 13+35/60 -0.7719 0.4246 13+38/60 -0.7473 0.4366 13+41/60 -0.7227 0.4484]; D=zeros(21,1); for i=1:21 D(i,1)=sqrt(A(i,2)^2+A(i,3)^2); end N=183; B=polyfit(A(:,1),D,2); C=A(:,1); a=9:0.01:15; b=polyval(B,a); plot(a,b) T=-B(1,2)/(2*B(1,1)); j=-(T-12)*15+120; j T=150; optionsOrigin=gaoptimset('Generations', T/2); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs 1,1,optionsOrigin); option1=gaoptimset('Generations',T/2,'I nitialPopulation',final_pop,... 'PlotFcns',@gaplotbestf); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs </pre>	<pre> Bestx=x; BestFval=fval; disp(['本次程序执行的最优目标函数 值: ',num2str(BestFval), '对应的纬 度为:',num2str(x)]); disp(['所求经纬度为经度: ',num2str(j),' 纬度: ',num2str(x),'拍摄日期为第 ',num2str(N),'天']); </pre>
---	---

<p>1,1,option1); function f=hs1(x) A=[12+41/60 -1.2352 0.173 12+44/60 -1.2081 0.189 12+47/60 -1.1813 0.2048 12+50/60 -1.1546 0.2203 12+53/60 -1.1281 0.2356 12+56/60 -1.1018 0.2505 12+59/60 -1.0756 0.2653 13+2/60 -1.0496 0.2798 13+5/60 -1.0237 0.294 13+8/60 -0.998 0.308 13+11/60 -0.9724 0.3218 13+14/60 -0.947 0.3354 13+17/60 -0.9217 0.3488 13+20/60 -0.8965 0.3619 13+23/60 -0.8714 0.3748 13+26/60 -0.8464 0.3876 13+29/60 -0.8215 0.4001 13+32/60 -0.7967 0.4124 13+35/60 -0.7719 0.4246 13+38/60 -0.7473 0.4366 13+41/60 -0.7227 0.4484]; N=95; N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)- floor(0.25*(2015-1985)); DE1=[-23.1;-23.1;-23;-22.9;-22.8;-22.7;- 22.6;-22.5;-22.4;-22.2;-22.1;-21.9;-21.8;- 21.6;-21.5;-21.3;-21.1;-20.9;-20.7;-20.5;- 20.3;-20.1;-19.9;-19.7;-19.4;-19.2;-18.9;- 18.7;-18.4;-18.2;-17.9;-17.6;-17.3;-17.1;- 16.8;-16.5;-16.2;-15.9;-15.6;-15.3;-15;- 14.6;-14.3;-14;-13.6;-13.3;-13;-12.6;- 12.3;-11.9;-11.6;-11.2;-10.9;-10.5;-10.1;- 9.8;-9.4;-9;-8.7;-8.3;-7.9;-7.5;-7.1;-6.8;- 6.4;-6;-5.6;-5.2;-4.8;-4.4;-4;-3.6;-3.2;- 2.8;-2.5;-2.1;-1.7;-1.3;-0.9;-0.5;- 0.1;0.3;0.7;1.1;1.5;1.9;2.3;2.7;3.1;3.5;3.8; 4.2;4.6;5;5.4;5.8;6.1;6.5;- 6.9;7.9;7.6;8;8.4;8.7;9.1;9.5;9.8;10.2;- 10.5;10.9;11.2;11.6;11.9;12.3;12.6;12.9;1 3.2;13.6;13.9;14.2;14.5;14.8;15.1;15.4;15. 7;16;16.3;16.5;16.9;17.1;17.4;17.7;17.9;1 8.2;18.4;18.7;18.9;19.1;19.4;19.6;19.8;20;</p>	<p>23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;2 3.4;23.4;23.3;23.3;23.2;23.2;23.1;23;22.9; 22.9;22.8;22.7;22.6;22.5;22.3;22.2;22.1;2 1.9;21.8;21.6;21.5;21.3;21.2;21;20.8;20.6; 20.4;20.2;20;19.8;19.6;19.4;19.2;18.9;18. 7;18.5;18.2;18;17.7;17.4;17.2;16.9;16.6;1 6.4;16.1;15.8;15.5;15.2;14.9;14.6;14.3;14; 13.7;13.3;13;12.7;12.4;12;11.7;11.4;11;10 .7;10.3;10;9.6;9.3;8.9;8.6;8.2;7.8;7.5;7.1; 6.7;6.4;6;5.6;5.2;4.9;4.5;4.1;3.7;3.3;2.9;2. 6;2.2;1.8;1.4;1;0.6;0.2;-0.2;-0.5;-0.9;- 1.3;-1.7;-2.1;-2.5;-2.9;-3.3;-3.6;-4;-4.4;- 4.8;-5.2;-5.6;-6;-6.3;-6.7;-7.1;-7.5;-7.8;- 8.2;-8.6;-9;-9.3;-9.7;-10.1;-10.4;-10.8;- 11.1;-11.5;-11.8;-12.200000000000000;- 12.500000000000000;-12.9;-13.2;-13.5;- 13.9;-14.2;-14.5;-14.8;-15.1;-15.5;-15.8;- 16.1;-16.4;-16.6;-16.9;-17.2;17.5;-17.8;- 18;-18.3;-18.6;-18.8;-19.1;-19.3;-19.5;- 19.8;-20;20.2;-20.4;-20.6;-20.8;-21;-21.2;- 21.4;-21.5;-21.7;-21.8;-22;-22.1;-22.3;- 22.4;-22.5;-22.6;-22.7;-22.8;-22.9;-23;- 23.1;-23.2;-23.2;-23.3;-23.3;-23.4;-23.4;- 23.4;-23.4;-23.4;-23.4;-23.4;-23.4;- 23.4;-23.3;-23.3;-23.2]; EQ1=[-2;-3;-3;-4;-4;-5;-5;-5;-6;-6;-7;-7;- 7;-8;-8;-9;-9;-9;-10;-10;-10;-11;-11;-11;- 11;-12;-12;-12;-12;-13;-13;-13;-13;-13;- 13;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;- 14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;- 14;-14;-13;-13;-13;-13;-13;-13;-12;-12;- 12;-12;-12;-11;-11;-11;-11;-10;-10;-10;- 10;-9;-9;-9;-8;-8;-8;-8;-7;-7;-7;-6;-6;-6;- 5;-5;-5;-4;-4;-4;-3;-3;-3;-3;-2;-2;-2;-1;-1;- 1;- 1;0;0;0;0;1;1;1;1;2;2;2;0;3;3;3;3;3;3; 3;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;3;3; 3;3;3;3;3;3;2;2;2;2;2;1;1;1;1;1;0;0;0; 0;-1;-1;-1;-1;-1;-2;-2;-2;-2;0;-3;-3;-3;-3;- 4;-4;-4;-4;-4;-4;-5;-5;-5;-5;-5;-5;-6;-6;-6;- 6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-7;-7;-7;-7;-7;-7;-7;- 7;-7;-7;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-5;-5;- 5;-5;-5;-4;-4;-4;-4;-3;-3;-3;-3;-2;-2;-2;-1;- 1;</p>
---	--

<p> $\frac{(12+EQ)*15*\pi/180)*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE))}{\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(4,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180))-A(4,3)/\sqrt{(A(4,2)^2+A(4,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(10,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(10,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(10,3)/\sqrt{(A(10,2)^2+A(10,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(11,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(11,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(11,3)/\sqrt{(A(11,2)^2+A(11,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(12,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(12,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(12,3)/\sqrt{(A(12,2)^2+A(12,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(13,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(13,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(13,3)/\sqrt{(A(13,2)^2+A(13,3)^2)}}^2+...}$ </p>	<p> $\frac{80)*\cos(DE)*\cos((A(9,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(9,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(9,3)/\sqrt{(A(9,2)^2+A(9,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(15,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(15,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(15,3)/\sqrt{(A(15,2)^2+A(15,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(16,3)/\sqrt{(A(16,2)^2+A(16,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(17,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(17,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(17,3)/\sqrt{(A(17,2)^2+A(17,3)^2)}}^2+...}$ </p> <p> $\frac{(((\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))*\sin(x(1)*\pi/180)-\sin(DE)))/\sqrt{(1-(\sin(x(1)*\pi/180)*\sin(DE)+\cos(x(1)*\pi/180)*\cos(DE)*\cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*\pi/180))^2*\cos(x(1)*\pi/180)))-A(18,3)/\sqrt{(A(18,2)^2+A(18,3)^2)}}^2+...}$ </p>
---	---

<pre>)- A(13,3)/sqrt(A(13,2)^2+A(13,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(14,3)/sqrt(A(14,2)^2+A(14,3)^2))^2+... 80)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(20,3)/sqrt(A(20,2)^2+A(20,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))-A(21,3)/sqrt(A(21,2)^2+A(21,3)^2))^2; end </pre>	<pre> sin(DE))/(sqrt(1- (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(18,3)/sqrt(A(18,2)^2+A(18,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(19,3)/sqrt(A(19,2)^2+A(19,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(20,3)/sqrt(A(20,2)^2+A(20,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)))- A(21,3)/sqrt(A(21,2)^2+A(21,3)^2))^2; end </pre>
--	--

附录三：问题三第二小问 Matlab 代码

<pre> A=[13+9/60 1.1637 3.336 13+12/60 1.2212 3.3299 13+15/60 1.2791 3.3242 13+18/60 1.3373 3.3188 13+21/60 1.396 3.3137 13+24/60 1.4552 3.3091 13+27/60 1.5148 3.3048 13+30/60 1.575 3.3007 13+33/60 1.6357 3.2971 13+36/60 1.697 3.2937 13+39/60 1.7589 3.2907 13+42/60 1.8215 3.2881 13+45/60 1.8848 3.2859 13+48/60 1.9488 3.284 13+51/60 2.0136 3.2824 13+54/60 2.0792 3.2813 13+57/60 2.1457 3.2805 14 2.2131 3.2801 14+3/60 2.2815 3.2801 14+6/60 2.3508 3.2804 14+9/60 2.4213 3.2812]; D=zeros(21,1); for i=1:21 D(i,1)=sqrt(A(i,2)^2+A(i,3)^2); end B=polyfit(A(:,1),D,2); C=A(:,1); a=9:0.01:15 b=polyval(B,a); plot(a,b) T=-B(1,2)/(2*B(1,1)); N=345; N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)- floor(0.25*(2015-1985)); Q=2*pi*(N-N0)/365.2422*pi/180; EQ=0.0028- 1.9857*sin(Q)+9.9059*sin(2*Q)- 7.0924*cos(Q)-0.6882*cos(2*Q); j=-(T-12)*15+120; T=150; optionsOrigin=gaoptimset('Generations', T/2); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs 2,1,optionsOrigin); </pre>	<pre> nitialPopulation',final_pop,... 'PlotFcns',@gaplotbestf); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs 2,1,option1); Bestx=x; BestFval=fval; disp(['本次程序执行的最优目标函数 值: ',num2str(BestFval), '对应的纬 度为:',num2str(x)]); disp(['所求经纬度为经度: ',num2str(j),' 纬度: ',num2str(x),'拍摄日期为第 ',num2str(N),'天']); </pre>
---	---

option1=gaoptimset('Generations',T/2,'I	23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;23.4;2
function f=hs2(x)	3.4;23.4;23.3;23.3;23.2;23.2;23.1;23;22.9;
A=[13+9/60 1.1637 3.336	22.9;22.8;22.7;22.6;22.5;22.3;22.2;22.1;2
13+12/60 1.2212 3.3299	1.9;21.8;21.6;21.5;21.3;21.2;21;20.8;20.6;
13+15/60 1.2791 3.3242	20.4;20.2;20;19.8;19.6;19.4;19.2;18.9;18.
13+18/60 1.3373 3.3188	7;18.5;18.2;18;17.7;17.4;17.2;16.9;16.6;1
13+21/60 1.396 3.3137	6.4;16.1;15.8;15.5;15.2;14.9;14.6;14.3;14;
13+24/60 1.4552 3.3091	13.7;13.3;13;12.7;12.4;12;11.7;11.4;11;10
13+27/60 1.5148 3.3048	.7;10.3;10;9.6;9.3;8.9;8.6;8.2;7.8;7.5;7.1;
13+30/60 1.575 3.3007	6.7;6.4;6;5.6;5.2;4.9;4.5;4.1;3.7;3.3;2.9;2.
13+33/60 1.6357 3.2971	6;2.2;1.8;1.4;1;0.6;0.2;-0.2;-0.5;-0.9;-
13+36/60 1.697 3.2937	1.3;-1.7;-2.1;-2.5;-2.9;-3.3;-3.6;-4;-4.4;-
13+39/60 1.7589 3.2907	4.8;-5.2;-5.6;-6;-6.3;-6.7;-7.1;-7.5;-7.8;-
13+42/60 1.8215 3.2881	8.2;-8.6;-9;-9.3;-9.7;-10.1;-10.4;-10.8;-
13+45/60 1.8848 3.2859	11.1;-11.5;-11.8;-12.200000000000000;-
13+48/60 1.9488 3.284	12.500000000000000;-12.9;-13.2;-13.5;-
13+51/60 2.0136 3.2824	13.9;-14.2;-14.5;-14.8;-15.1;-15.5;-15.8;-
13+54/60 2.0792 3.2813	16.1;-16.4;-16.6;-16.9;-17.2;17.5;-17.8;-
13+57/60 2.1457 3.2805	18;-18.3;-18.6;-18.8;-19.1;-19.3;-19.5;-
14 2.2131 3.2801	19.8;-20;20.2;-20.4;-20.6;-20.8;-21;-21.2;-
14+3/60 2.2815 3.2801	21.4;-21.5;-21.7;-21.8;-22;-22.1;-22.3;-
14+6/60 2.3508 3.2804	22.4;-22.5;-22.6;-22.7;-22.8;-22.9;-23;-
14+9/60 2.4213 3.2812];	23.1;-23.2;-23.2;-23.3;-23.3;-23.4;-23.4;-
N=345;	23.4;-23.4;-23.4;-23.4;-23.4;-23.4;-
N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)-	23.4;-23.3;-23.3;-23.2];
floor(0.25*(2015-1985));	EQ1=[-2;-3;-3;-4;-4;-5;-5;-5;-6;-6;-7;-7;-
DE1=[-23.1;-23.1;-23;-22.9;-22.8;-22.7;-	7;-8;-8;-9;-9;-9;-10;-10;-10;-11;-11;-11;-
22.6;-22.5;-22.4;-22.2;-22.1;-21.9;-21.8;-	11;-12;-12;-12;-12;-13;-13;-13;-13;-13;-
21.6;-21.5;-21.3;-21.1;-20.9;-20.7;-20.5;-	13;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-
20.3;-20.1;-19.9;-19.7;-19.4;-19.2;-18.9;-	14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-14;-
18.7;-18.4;-18.2;-17.9;-17.6;-17.3;-17.1;-	14;-14;-13;-13;-13;-13;-13;-13;-12;-12;-
16.8;-16.5;-16.2;-15.9;-15.6;-15.3;-15;-	12;-12;-12;-11;-11;-11;-11;-10;-10;-10;-
14.6;-14.3;-14;-13.6;-13.3;-13;-12.6;-	10;-9;-9;-9;-8;-8;-8;-8;-7;-7;-7;-6;-6;-6;-
12.3;-11.9;-11.6;-11.2;-10.9;-10.5;-10.1;-	5;-5;-5;-4;-4;-4;-3;-3;-3;-3;-2;-2;-2;-1;-1;-
9.8;-9.4;-9;-8.7;-8.3;-7.9;-7.5;-7.1;-6.8;-	1;0;0;0;0;1;1;1;1;2;2;2;0;3;3;3;3;3;3;
6.4;-6;-5.6;-5.2;-4.8;-4.4;-4;-3.6;-3.2;-	3;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;4;3;3;
2.8;-2.5;-2.1;-1.7;-1.3;-0.9;-0.5;-	3;3;3;3;3;3;2;2;2;2;2;1;1;1;1;1;0;0;0;
0.1;0.3;0.7;1.1;1.5;1.9;2.3;2.7;3.1;3.5;3.8;	0;-1;-1;-1;-1;-2;-2;-2;-2;0;-3;-3;-3;-3;-
4.2;4.6;5;5.4;5.8;6.1;6.5;-	4;-4;-4;-4;-4;-4;-5;-5;-5;-5;-5;-5;-6;-6;-6;-
6.9;7.9;7.6;8;8.4;8.7;9.1;9.5;9.8;10.2;-	6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-7;-7;-7;-7;-7;-7;-7;-7;-
10.5;10.9;11.2;11.6;11.9;12.3;12.6;12.9;1	7;-7;-7;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-6;-5;-5;-
3.2;13.6;13.9;14.2;14.5;14.8;15.1;15.4;15.	5;-5;-5;-4;-4;-4;-4;-3;-3;-3;-3;-2;-2;-2;-1;-
7;16;16.3;16.5;16.9;17.1;17.4;17.7;17.9;1	1;-

<p>8.2;18.4;18.7;18.9;19.1;19.4;19.6;19.8;20; 20.2;20.4;20.6;20.8;21;21.2;21.3;21.5;21. 6;21.8;21.9;22.1;22.2;22.3;22.5;22.6;22.7; 22.8;22.9;22.9;23;23.1;23.2;23.2;23.3;23. 2;23.4;</p>	<p>1;0;0;0;1;1;1;2;2;2;3;3;3;4;4;5;5;5;6;6;6; 7;7;8;8;0;9;9;9;10;10;10;11;11;11;12;12; 12;13;13;13;13;14;14;14;14;15;15;15;15; 15;15;16;16;16;16;16;16;16;16;16;16;16; 16;16;16;16;16;16;16;16;16;16;16;15; 15;15;1</p>
<p>5;15;14;14;14;14;13;0;13;12;12;12;11;11 ;11;10;10;10;9;9;8;8;8;7;7;6;6;5;5;5;4;4; 3;3;2;2;1;1;0;0;-1;-1;-1;-2];</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(5,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(5,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(5,3)/sqrt(A(5,2)^2+A(5,3)^2))^2+...</p>
<p>DE=DE1(N)*pi/180; EQ=EQ1(N); j=108.969289592559; if(x(1)>90 x(1)<-90) f=50; else</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(6,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(6,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(6,3)/sqrt(A(6,2)^2+A(6,3)^2))^2+...</p>
<p>f=(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(1,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(1,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(1,3)/sqrt(A(1,2)^2+A(1,3)^2))^2+...</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(7,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(7,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(7,3)/sqrt(A(7,2)^2+A(7,3)^2))^2+...</p>
<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(2,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(2,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(2,3)/sqrt(A(2,2)^2+A(2,3)^2))^2+...</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(8,3)/sqrt(A(8,2)^2+A(8,3)^2))^2+...</p>
<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(3,3)/sqrt(A(3,2)^2+A(3,3)^2))^2+...</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(8,3)/sqrt(A(8,2)^2+A(8,3)^2))^2+...</p>
<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(3,3)/sqrt(A(3,2)^2+A(3,3)^2))^2+...</p>	<p>(((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2*cos(x(1)*pi/180))-A(8,3)/sqrt(A(8,2)^2+A(8,3)^2))^2+...</p>

<pre> 12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)- A(13,3)/sqrt(A(13,2)^2+A(13,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(14,3)/sqrt(A(14,2)^2+A(14,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(19,3)/sqrt(A(19,2)^2+A(19,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(20,3)/sqrt(A(20,2)^2+A(20,3)^2))^2+... (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(21,3)/sqrt(A(21,2)^2+A(21,3)^2))^2; end </pre>	<pre> (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180)- A(18,3)/sqrt(A(18,2)^2+A(18,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(19,3)/sqrt(A(19,2)^2+A(19,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(20,3)/sqrt(A(20,2)^2+A(20,3)^2))^2+... . (((sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))*sin(x(1)*pi/180)-sin(DE))/(sqrt(1-(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(21,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180))^2)*cos(x(1)*pi/180))- A(21,3)/sqrt(A(21,2)^2+A(21,3)^2))^2; end </pre>
---	--

附录四：问题四 Matlab 代码

<pre> %图像处理 MyYuanLaiPic = imread('7343.jpg'); imwrite(MidGrayPic , 'F:\7343.jpg' , 'jpg'); MyFirstGrayPic = rgb2gray(MyYuanLaiPic); fileName='F:\123.avi'; obj=VideoReader(fileName); numFrames=obj.NumberOfFrames; for k=1343:3000:numFrames frame = read(obj,k); imwrite(frame,strcat(num2str(k),'.jpg'),' jpg'); end %主程序 A=[8+55/60 2.3126 8+57/60 2.2862 8+59/60 2.2655 9+1/60 2.2444 9+3/60 2.2256 9+5/60 2.2026 9+7/60 2.1873 9+9/60 2.1584 9+11/60 2.1448 9+13/60 2.1233 9+15/60 2.1038 9+17/60 2.0881 9+19/60 2.0683 9+21/60 2.0407 9+23/60 2.0225 9+25/60 2.0086 9+27/60 1.988 9+29/60 1.9699 9+31/60 1.9532 9+33/60 1.9327]; B=polyfit(A(:,1),A(:,2),2); a=9:0.01:15; b=polyval(B,a); plot(a,b) T=-B(1,2)/(2*B(1,1)); N=194; EQ=-5; DE=22.1*pi/180; </pre>	<pre> j=-(T-12)*15+120; D=2; N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)- floor(0.25*(2015-1985)); T=150; optionsOrigin=gaoptimset('Generations' ,T/2); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs 3,1,optionsOrigin); option1=gaoptimset('Generations',T/2,'I nitialPopulation',final_pop,... 'PlotFcns',@gaplotbestf); [x,fval,reason,output,final_pop]=ga(@hs 3,1,option1); Bestx=x; BestFval=fval; disp(['本次程序执行的最优目标函数 值: ',num2str(BestFval), '对应的纬 度为:',num2str(x)]); disp(['所求经纬度为经度: ',num2str(j),' 纬度: ',num2str(x)]); </pre>
---	--

<pre> function f=hs3(x) A=[8+55/60 2.3126 8+57/60 2.2862 8+59/60 2.2655 9+1/60 2.2444 9+3/60 2.2256 9+5/60 2.2026 9+7/60 2.1873 9+9/60 2.1584 9+11/60 2.1448 9+13/60 2.1233 9+15/60 2.1038 9+17/60 2.0881 9+19/60 2.0683 9+21/60 2.0407 9+23/60 2.0225 9+25/60 2.0086 9+27/60 1.988 9+29/60 1.9699 9+31/60 1.9532 9+33/60 1.9327]; D=2; N=194; N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)- floor(0.25*(2015-1985)); EQ=-5; DE=22.1*pi/180; j=120; if(x(1)>90 x(1)<-90) f=50; else f=(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/ 180)*cos(DE)*cos((A(1,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(1,2)^2))^2%+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(2,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(2,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(12,1)+(j-120)/15- </pre>	<pre> +... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(4,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(4,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(5,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(5,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(6,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(6,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(7,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(7,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(8,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(8,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(9,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(9,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(10,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(10,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(11,1)+(j-120)/15- 12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(11,2)^2))^2+... (sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/18 0)*cos(DE)*cos((A(12,1)+(j-120)/15- </pre>
---	---

<p>0)*cos(DE)*cos((A(3,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(3,2)^2))^2</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(13,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(13,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(14,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(14,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(15,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(15,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(16,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(16,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(17,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(17,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(18,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(18,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(19,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(19,2)^2))^2+...</p> <p>(sin(x(1)*pi/180)*sin(DE)+cos(x(1)*pi/180)*cos(DE)*cos((A(20,1)+(j-120)/15-12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(20,2)^2))^2;</p>	<p>12+EQ)*15*pi/180)- D/sqrt(D^2+A(12,2)^2))^2+... end</p>
--	--

附录五

表 7.1 时差 E_0 表 (单位: 分) (经度=120 度, 1992 年) (12 时 0 分)

日期		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 月	11 月	12 月
平年	闰年	月	月	月	月	月	月	月	月	月			
1		-2	-13	-13	-5	3	3	-3	-7	-1	10	16	11
2	1	-3	-13	-13	-4	3	2	-4	-7	-0	10	16	11
3	2	-3	-13	-13	-4	3	2	-4	-7	-0	11	16	10
4	3	-4	-13	-12	-4	3	2	-4	-6	0	11	16	10
5	4	-4	-14	-12	-3	3	2	-4	-6	1	11	16	10
6	5	-5	-14	-12	-3	3	2	-4	-6	1	12	16	9
7	6	-5	-14	-12	-3	4	2	-4	-6	1	12	16	9
8	7	-5	-14	-12	-3	4	1	-5	-6	2	12	16	8
9	8	-6	-14	-11	-2	4	1	-5	-6	2	13	16	8
10	9	-6	-14	-11	-2	4	1	-5	-6	2	13	16	8
11	10	-7	-14	-11	-2	4	1	-5	-6	3	13	16	7
12	11	-7	-14	-11	-1	4	1	-5	-6	3	13	16	7
13	12	-7	-14	-10	-1	4	1	-5	-6	3	14	16	6
14	13	-8	-14	-10	-1	4	0	-6	-5	4	14	16	6
15	14	-8	-14	-10	-1	4	0	-6	-5	4	14	15	5
16	15	-9	-14	-10	-0	4	-0	-6	-5	5	14	15	5
17	16	-9	-14	-9	-0	4	-0	-6	-5	5	15	15	5
18	17	-9	-14	-9	0	4	-1	-6	-5	5	15	15	4
19	18	-10	-14	-9	0	4	-1	-6	-4	6	15	15	4
20	19	-10	-14	-8	1	4	-1	-6	-4	6	15	14	3
21	20	-10	-14	-8	1	4	-1	-6	-4	6	15	14	3
22	21	-11	-14	-8	1	4	-1	-6	-4	7	15	14	2
23	22	-11	-14	-8	1	4	-2	-6	-3	7	16	14	2
24	23	-11	-14	-7	2	4	-2	-7	-3	8	16	13	1
25	24	-11	-14	-7	2	3	-2	-7	-3	8	16	13	1
26	25	-12	-13	-7	2	3	-2	-7	-3	8	16	13	0
27	26	-12	-13	-6	2	3	-2	-7	-2	9	16	12	-0
28	27	-12	-13	-6	2	3	-3	-7	-2	9	16	12	-1
29	28	-12	-13	-6	3	3	-3	-7	-2	9	16	12	-1
30	29	-13		-5	3	3	-3	-7	-1	10	16	11	-1
31	30	-13		-5	3	3	-3	-7	-1	10	16	11	-2
	31			-5		3		-7	-1		16		-2

注: (1) 用月份、日期查表, 闰年 1、2 月份与平年同, 从 3 月 1 日开始查闰年一行。

(2) 一般情况 (即不符合 1992 年、12 时、120° E) 查此表时, 最大误差不大于 1 分钟。

