

# 基于遗传算法的太阳影子定位模型

## 摘要

本文讨论太阳影子进行定位的问题。首先分析太阳影子变化成因，求得由影子进行地理定位的关键因素——日期、时刻，建立影子、日期、时刻和地理位置的关系模型。

对于问题一，通过建立天文学坐标系，得出太阳直射点变化与纬度的变化关系，求解出太阳直射点与赤道平面的夹角，再根据相关地理知识解得正午时刻当地的高度角和当地的纬度关系，在建立赤道坐标系，求得任意时刻的杆影长度，进而得到杆影——位置数学模型，带入题中北京的位置时间数据，画出天安门广场太阳影子变化数据。

对于问题二，首先根据地球与太阳的相对运动关系，建立相对坐标系，再根据太阳高度角公式，建立出太阳位置、杆高和影子端点坐标关系的数学模型，再对附件中数据进行处理，把影子端点的坐标转化为影子长度数据，北京时间转化为太阳直射点的经度位置。在将数据带入到模型中，得到多元非线性方程组，将其转化为无约束非线性优化问题，采用 Broyden 法进行求函数最优解，求得出纬度 $\varphi=23.5056^{\circ}\text{N}$ ，经度 $\psi=110.6327\text{E}$ ，定位地点在广西壮族自治区梧州市藤县。

对于问题三，根据问题一所求的纬度与日期的关系，带入问题二所建立的模型中，对数据进行转化处理，带入模型中，得到非线性方程组，再做无约束优化转化，运用遗传算法搜寻最优参数，进而解出附件 2 经度 $87.46^{\circ}$ ，纬度 $37.46^{\circ}$ ，

地理位置在新疆，附件 3 经度 $130.10^{\circ}$ ，纬度 $74.3^{\circ}$ ，即位置在太平洋。

对于问题四，首先对视频进行格式标准化处理，在用 aviread 函数对视频进行截取，在根据视频中杆高和影长数量位置关系，得到对应时间的杆影数据。将数据带入问题三所建立的模型中，解出地理位置经度 $96.74^{\circ}$ ，纬度 $25^{\circ}$ ，拍摄时间在 7 月 13 日。

**关键词：**太阳影子定位 Broyden 法 遗传算法 无约束非线性优化

## 一、问题重述

在日常生活中，我们用照片或视频记录下事物和人。太阳影子定位技术是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面。

1. 建立影子长度变化的数学模型，分析影子长度关于各个参数的变化规律，并应用你们建立的模型画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场（北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒）3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2. 根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点。将你们的模型应用于附件 1 的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点。

3. 根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将你们的模型分别应用于附件 2 和附件 3 的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点与日期。

4. 附件 4 为一根直杆在太阳下的影子变化的视频，并且已通过某种方式估计出直杆的高度为 2 米。请建立确定视频拍摄地点的数学模型，并应用你们的模型给出若干个可能的拍摄地点。

如果拍摄日期未知，你能否根据视频确定出拍摄地点与日期？

## 二、问题分析

题目要求我们根据太阳影子进行地理位置定位，问题一要求建立北京天安门广场在某日期的杆长与一天中时间的关系，旨在得出地理位置（经纬度）、日期、一天的时间、影长的数学关系，建立相应的数学模型；问题二要求根据影长、时间和日期反推出地理位置，即根据某一时期某地的相应时间杆影的变化进行位置定位，问题三则给更少的条件（影长和时间）来进行地理位置定位，问题四则更有实用性，给一拍摄视频求地理位置，先让我们进行视频数据处理，在根据以上模型求解。这可以看出题目对太阳影子定位问题的认识是逐渐递进，不断深入讨论的过程。

通过查阅相关知识，发现对这类问题多在研究当地的正午的时间和此时的标准时间（如北京时间）之差来求得当地的经度，在通过太阳高度和日期求得纬度，这相当于在一静止的时间求地理位置，而本题则给出动态的杆影变化，在动态的时间里进行求解，这反应了建模的更一般性。

由相关地理知识可知，一根已知长度的直立的竿，在太阳下的影长主要受太阳直射点所在的位置、一天中不同时间、直杆所在的地理位置影响。我们首先通

过相关地理知识求出季节（月、日）与太阳直射点的关系，再建立此时太阳直射点和某地一天的时间时角关系，最后通过建立赤道坐标系，根据当地的纬度和此时太阳直射点的纬度，求出当地的直杆的影长与这一天的时间变化的数学关系。建立出杆影一位置的数学模型。在对已有数据进行分析处理，代入得到的模型中，解出杆所在的经纬度。

### 三、模型的假设

- 1.不考虑木杆影子测量中的一些数据误差
- 2.不考虑因天气而产生的对木杆影子的影响
- 3.假设一年有 365 天
- 4.把地球看做一个球形
- 5.不考虑大气折射率的影响
- 6.不考虑一天当中，太阳直射纬度的改变
- 7.忽略相机中的机械误差，如，像素定位不稳、质量引起的误差

### 四、符号说明

符号	符号说明
$\varphi$	所求地纬度
$\varphi_0$	太阳直射角的纬度或赤纬角
$\phi$	太阳直射点的经度
$\psi$	所求地的经度
$H$	杆高
$L$	影长
$\Delta$	太阳时角
$\theta$	太阳高度角
$\gamma$	方位角

### 五、模型的建立与求解

#### （一）题一模型的建立与求解

##### 1.模型的建立

### 求太阳直射点与赤道平面的夹角 $\varphi_0$

根据地理知识天文学坐标系，以地球中心为原点  $O$ ，取春分点方向为  $X$  轴，夏至日方向为  $Y$  轴，建立右手坐标系。设某一季节的太阳直射点(此时地心与太阳连线与地球表面的交点)为  $K$ ，且从春分点开始，经过一段时间，太阳转过的角度为  $\omega t$ ，直射点的纬度值为  $\varphi_0$ 。[参考文献 2]如图 1 所示。

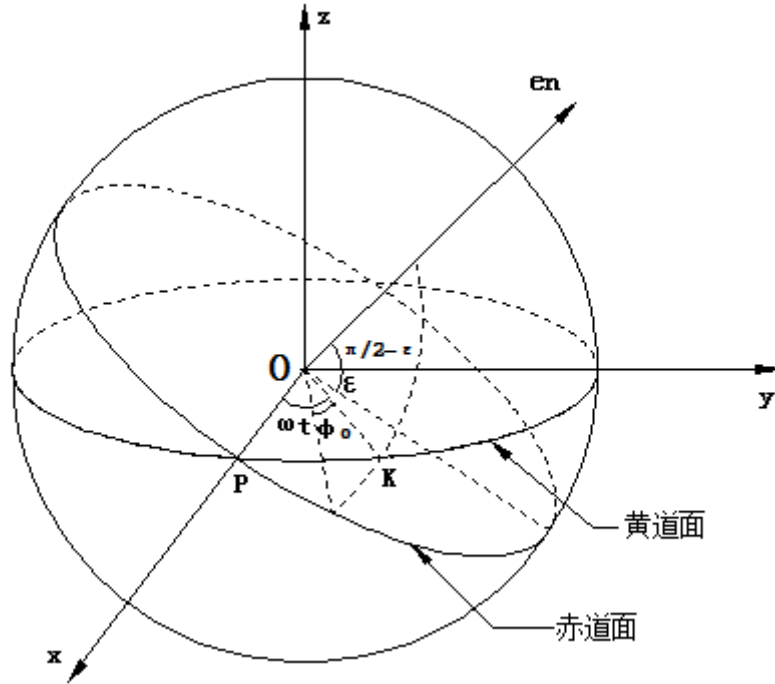


图 1

直射点  $K$  坐标可表示为  $(R \cos \omega t, R \sin \omega t)$ ，设地球的自转轴为  $e_n$ ，设  $\varepsilon$  为黄道平面与赤道平面的夹角，从图中可求得几何关系

$$\begin{cases} \tau_n = \left( 0, R \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varepsilon \right), R \sin \left( \frac{\pi}{2} - \varepsilon \right) \right) = (0, R \sin \varepsilon, R \cos \varepsilon) \\ \cos \langle k, \tau_n \rangle = \frac{k \cdot \tau_n}{|k| |\tau_n|} \\ \cos \langle k, \tau_n \rangle = \cos \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi_0 \right) \end{cases}$$

解得  $\varphi_0 = \arcsin(\sin \varepsilon \sin \omega t)$

又  $\omega t$  等于所求的日期与春分日的日期之差比上一个回归年长度（设 365 天），即

$$\varphi_0 = \arcsin \left( \sin \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi T}{365} \right) \right)$$

解得赤纬角  $\varphi_0$  随日期的函数变化关系

$$\varphi_0 = \begin{cases} Xt & t \in (0, 102) \\ 23.45 - X(t - 102) & t \in (103, 285) \\ X(t - 285) - 23.45 & t \in (286, 365) \end{cases}$$

其中  $X$  为太阳年平均纬度变化率，为一常数，

做出  $\varphi_0 - t$  图像，如下（附件编程一）

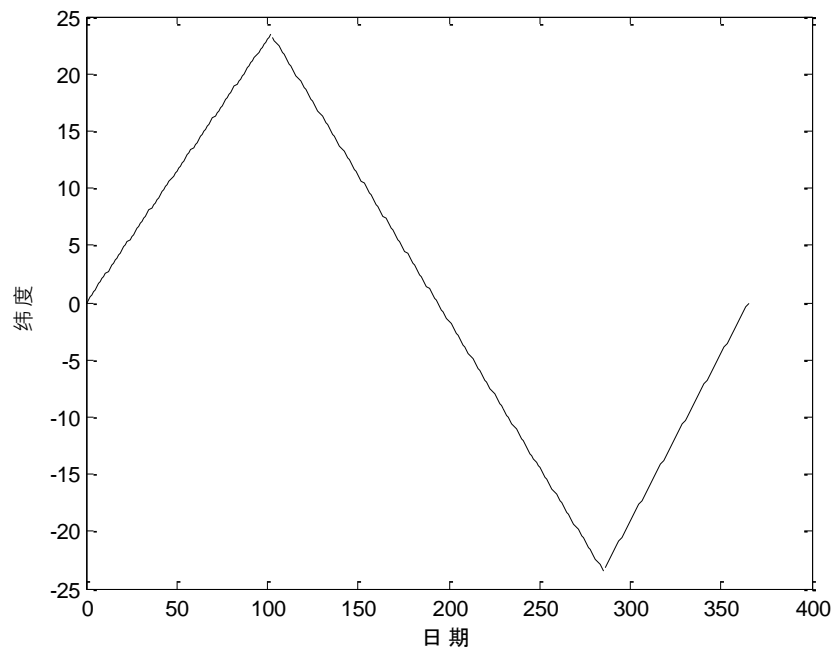


图 2

因此，可根据  $\varphi_0 - t$  图像，得到日期与太阳直射点的纬度关系，进而可求得正午时刻的影长与所在地的经纬度关系。由于本题讨论是在更一般的时间（不是正午）下的经纬度关系，所以还得建立一天时间与太阳影子的数学关系。

### 太阳直射偏角

由于日地之间的距离很远，可认为太阳光线照射在地球上平行的，为此，太阳与测量地纬线的关系， [参考文献 2]如图 3

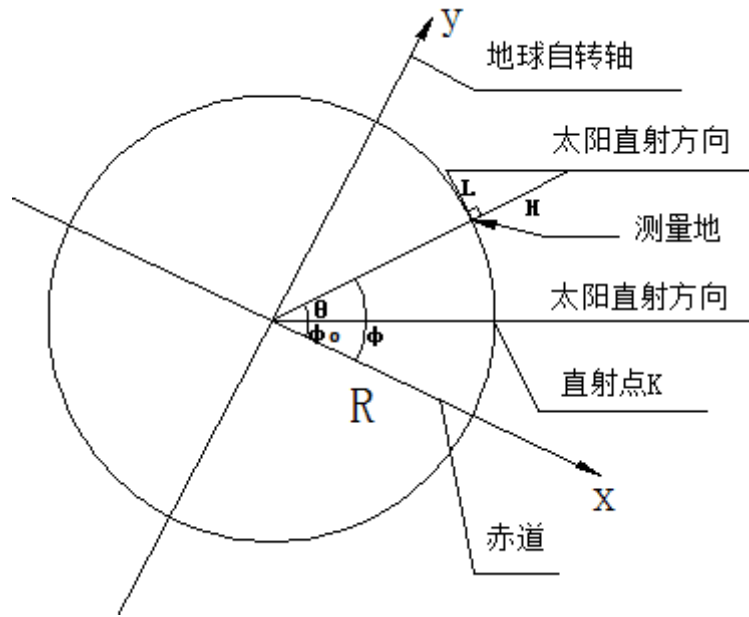


图 3

地球自转轴为  $\tau_n$ ，当地太阳高度角为  $\theta$ ，当地纬度为  $\varphi$ ，由地理知识可知，

$\varphi = \theta + \varphi_0$ ，即

$$\varphi = \arcsin \left[ \sin \varepsilon \sin \left( \frac{2\pi T}{365} \right) \right]$$

### 求当地任意时刻的影长

有日常生活可知，一天当中，不同时刻直杆的影长不同，由上问可知，太阳直射点可通过日期求出，而当地的纬度可通过查表可知，故假定已知当地的纬度和此时的太阳直射点，求当地的直杆的影长一天里随时间的变化。

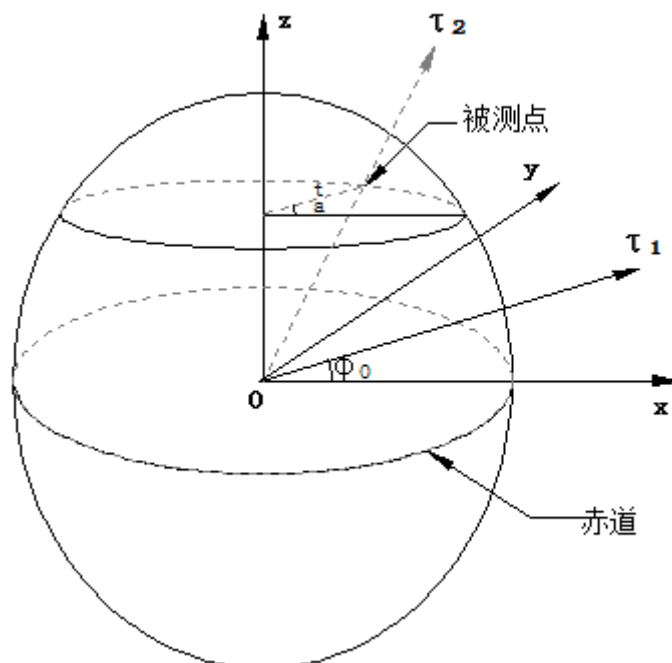


图 4

建立[参考文献 2]如上图 4 的赤道坐标系, 其中地心为坐标原点, 原点和以太阳直射点所在的经线与赤道的交点的连线为  $X$  轴, 沿地球自转方向  $90$  度为  $Y$  轴,  $Z$  轴指向北极, 由此坐标系建立方法可知, 太阳直射点在  $XOZ$  平面内, 设方向为  $\tau_1$ , 而被测的当地方向为  $\tau_2$ 。

由图建立数学模型

$$\begin{cases} \tau_1 = (R \cos \varphi_0 \cos \alpha, 0, R \sin \varphi_0) \\ \tau_2 = (R \cos \varphi \cos \alpha, R \cos \varphi \sin \alpha, R \sin \varphi) \\ \cos \theta = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{|\tau_1| |\tau_2|} = \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \alpha + \sin \varphi \sin \varphi_0 \end{cases}$$

其中被测点的纬度为  $\varphi$ , 太阳当时直射点的纬度为  $\varphi_0$ , 被测地点的太阳时角为  $\Delta$ , 太阳位于正南方时(正午)的时角为  $0$ , 位于正南以西取为  $[0, -\pi]$ , 以东取为  $[0, \pi]$ 。

解得高度角的正切值为

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}}$$

### 求高度角与杆影的关系

假设某天某时刻的太阳位置[参考文献 1]如图 5 所示, 立于地面上的竿高为  $H$ , 太阳光线通过竿顶  $P$  点, 在地面上形成一个影子点  $P'$  影子的长度  $OP'$  为  $L$ 。定义太阳光线与杆的夹角  $\angle OPP' = \theta$

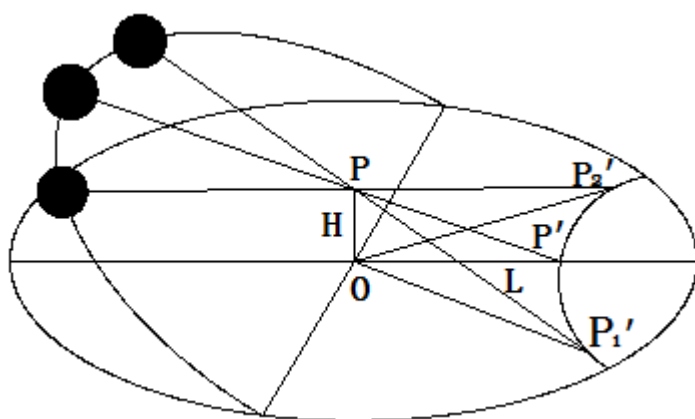


图 5

则其数学关系式为:

$$\frac{L}{H} = \cot \theta, \text{ 其中 } \theta \text{ 为 } \angle OPP'$$

由上式得式

$$L = H \tan \theta = \frac{H}{\sqrt{\sin \varphi \sin \varepsilon_0 \sin(2\pi T/365) + \cos \varphi \cos \alpha \sqrt{1 - (\sin \varepsilon_0 \sin(2\pi T/365))^2}}}$$

根据题中数据，用 *matlab* 画出北京广场（北纬 39 度 54 分 26 秒，东经 116 度 23 分 29 秒）在时期 10 月 22 日北京时间 9:00 到 15:00 之间的影长图像，如图 6。  
（附件编程二）

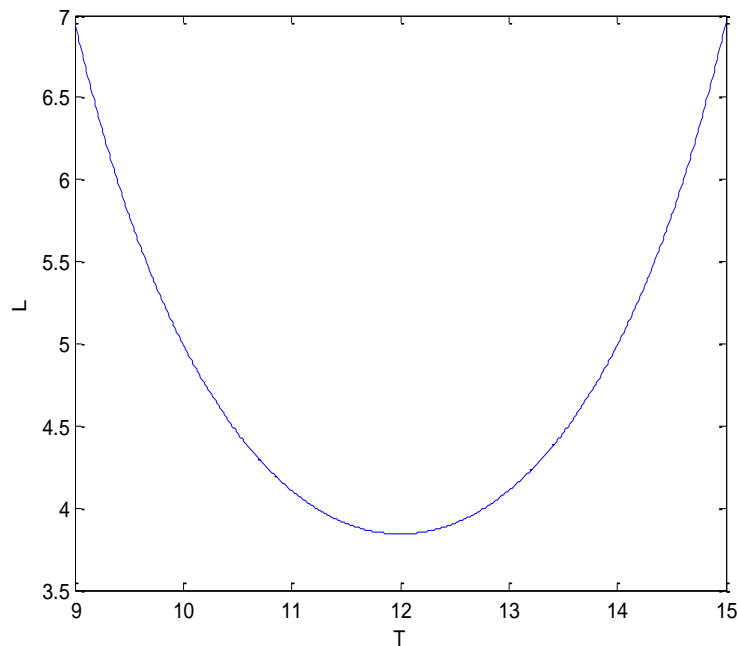


图 6

## 2. 题二模型的建立与求解

如下图，太阳在我们的南方，但太阳直射点在赤道以北，这种情况出现在每年的 3 月 21 日和当年的 9 月 23 日之间。 $\theta = \varphi - \varphi_0$ ，其中  $\varphi$  为杆所在的纬度， $\varphi_0$  为赤纬角（太阳光线与赤道平面的夹角）

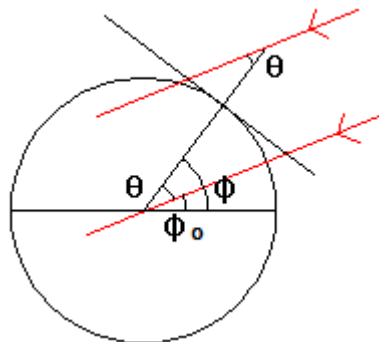


图 7



如下图，太阳在我们的南方，且太阳直射在赤道之南，这种情况出现在每年的9月23日和次年的3月21日之间。 $\theta = \varphi + \varphi_0$

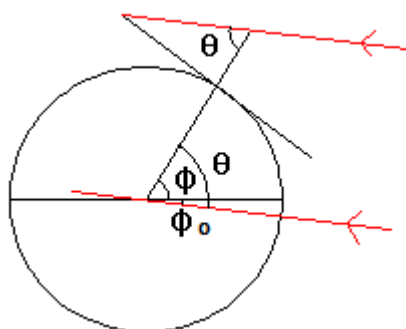


图 8

如下图，太阳在我们的北方，这种情况下只可能在赤道以北，北回归线以南， $\theta = \varphi - \varphi_0$

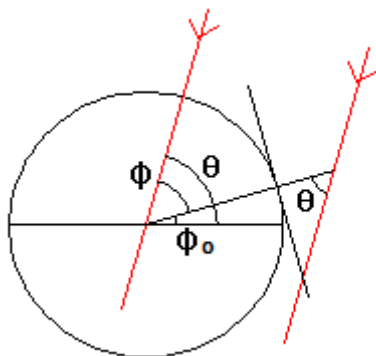


图 9

由物理中相对运动原理，将地球自转和公转运动简化为地球不动，而太阳围绕地球转动的运动过程。把太阳假设为一球体，球体与地球为同一球心，太阳绕地球在近圆形的椭圆形轨道上运行，定义与地球地平线圈位于同一平面上的球面圈为地平圈，经过太阳位置 X 点、并垂直于地平圈的球面圈为方位圈，经过太阳位置点平行于地平圈的球面圈为高度圈。[参考文献 1]如图 10

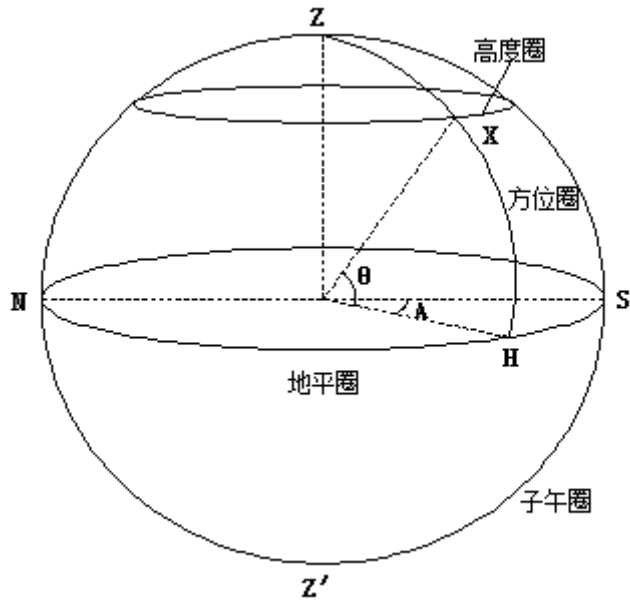


图 10

太阳 X 相对地球的相对位置,由该点的地理纬度、时期(月、日)和时间(一天时间) 3 个因素决定。在地平坐标及赤道坐标中,得出太阳的位置可由太阳高度角  $\theta$ , 方位角 A 及赤纬角  $\varphi_0$ 、时角  $\Delta$  来表示。其中,太阳对地球上某点的垂直照射光线与其在赤道圈上投影线的夹角称为赤纬角;通过太阳 K 与地球 O 的连线与地平圈上投影线的夹角称为高度角,易知高度角的范围是  $0^\circ \sim 90^\circ$ ;球心 O 与太阳在地平圈上投影点的直线与地平圈正南向 OS 所夹的角称为方位角。定义方位角坐标以正南向 S 点为起始  $0^\circ$ ;逆时针方向为负,分  $180^\circ$ ;顺时针方向为正,亦分  $180^\circ$ ;正北向 N 点为  $\pm 180^\circ$ 。

由上图可知,竿影迹点的坐标就可用太阳位置参数和太阳高度角正切值求得。相关计算公式如下:

时角公式:

$$\begin{cases} \Delta = 15t \\ t = n - 12 \end{cases}$$

太阳高度角公式:  $\sin \theta = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta$

太阳方位角公式:  $\sin \gamma = \frac{\cos \varphi_0 \sin \Delta}{\cos \theta}$

式中:  $t$  表示太阳某位置的方位时间;  $t$  表示 24h 制的时间数;  $\varphi$  表示建筑物所在地的地理纬度。

据此,可以建立由太阳位置  $(\theta, \gamma, \varphi, \Delta)$  和杆高  $(H)$  与影子端点位置坐标的数

学模型。

假设影子端点  $K'(x_0, y_0)$ , 故影子的长度为落影点  $K'$  到原点  $O$  的距离, 联立式

$$(1) \text{ 可得: } \begin{cases} L = OP' = \sqrt{(x_0 - 0)^2 + (y_0 - 0)^2} \\ \frac{L}{H} = \cot \theta \\ H \circ \cot \theta = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \end{cases}$$

太阳的方位角方程满足:

$$y_0 = \tan \theta x_0$$

解方程组式(6)、式(7)可得影子端点坐标

$$x_0 = \pm \frac{H \cot \theta}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2}}; y_0 = \tan \theta x_0$$

联立以上方程得:

$$\begin{cases} x_0 = \pm \frac{H \cot(\arcsin(\sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(15 \times (t - 12))))}{\sqrt{1 + (\tan(\arcsin(\frac{\cos \varphi_0 \sin(15 \times (t - 12))}{\cos(\arcsin(\sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(15 \times (t - 12))))}))^2}} \\ y_0 = \tan \gamma x_0 \end{cases}$$

从而建立出杆影坐标与所求地的经纬度数学关系, 其中  $\varphi$  为所求地的纬度,  $\gamma$  为方位角, 当地的北京时间,  $H$  为杆高。

## (二) 模型的求解

由上述模型和附件 1 中的数据, 可知

测量日期为 2015 年 4 月 18 日, 代入公式中计算出赤纬角  $\varphi_0$

$\varphi_0 = 23^\circ 26' \sin(2\pi n/365)$ , 其中  $n$  为测量日期到春分日 (3 月 21 日) 的天数。可

知此时  $n$  为 29, 计算得  $\varphi_0 = 11^\circ 14' E$ ,

由附件 1 表中  $x$  与  $y$  的坐标, 求出对应时刻的直杆的影长, 由三角函数关系可知

$$\text{影长 } L, L = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

并将变量北京时间  $T$  转化为小数形式,

用 *matlab* 画出影长与时间的关系图, 如下 (附件编程三)

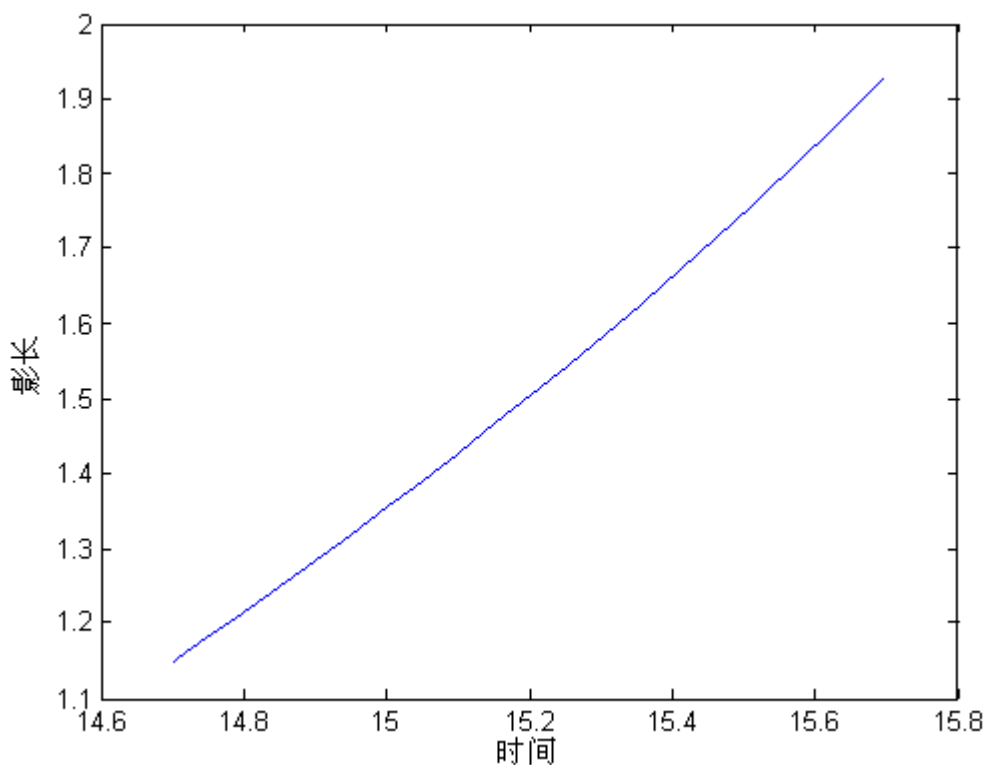


图 11

由上图可看出，数据是从 14.7 到 15.7h 之间的数据，为此我们把它扩展到一天的书，我们用 matlab 拟合上述数据

设所求地的纬度为  $\varphi$ ，由于太阳直射角在北半球 ( $11^{\circ}14'N$ )，由上问的模型可知，太阳高度角  $\theta$  为

$$\theta = |\varphi - \varphi_0|$$

例如取附件北京时间为 15:00 的数据，由地理时区的概念可知，此时太阳直射点在  $120^{\circ}E + 15^{\circ} \times 3 = 165^{\circ}E$

据此把附件所有的当地北京时间  $T$  转化为小时  $t$  (转化单位，把时分转化为小时)，

再由相关地理知识解出相对应的北京时间太阳直射 (正午) 所在的经线  $\phi$  的关系

$$(t - 12) \times 15^{\circ} + 120^{\circ}E = \phi$$

求出对应的  $\phi - t$ ，如下表

北京时间/h	14.7	14.75	14.8	14.85	14.9
直射点的经线/E	160.5	161.25	162	162.75	163.5
北京时间/h	14.95	15	15.05	15.1	15.15
直射点的经线	164.25	165.75	166.5	167.25	168

/E					
北京时间/h	15.2	15.25	15.3	15.35	15.4
直射点的经度/E	168.75	169.5	170.25	171	171.75
/E					
北京时间/h	15.45	15.5	15.55	15.6	15.65
直射点的经度/E	172.5	173.25	174	174.75	175.5
/E					

设被测地经度与太阳直射点所在的经线的夹角为  $\Delta$ ，由上述模型可知，太阳高度角正切

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}}$$

设杆高为  $H$ ，则影长与杆高的关系为

$$L = H \tan \theta = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}}$$

其中  $\varphi$  为所求地点的纬度， $\varphi_0$  为太阳直射点的纬度，求得为  $\varphi_0 = 11^\circ 14' E$ ，被测地与太阳直射点所在的经线的夹角为  $\Delta = \psi - \phi$ ， $H$  为杆长，代入上述方程得

$$L = H \tan \theta = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\psi - \phi) + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}}$$

而影长与太阳的直射的经线  $L-\phi$  关系，由附件得如下表

影长/m	1.1496	1.1822	1.2153	1.2491	1.2832	1.318	1.3534
直射点经度/E	160.5	161.25	162	162.75	163.5	164.25	165
影长/m	1.3894	1.4262	1.4634	1.5015	1.5402	1.5799	1.6201
直射点经度/E	165.75	166.5	167.25	168	168.75	169.5	170.25
影长/m	1.6613	1.7033	1.7462	1.7901	1.835	1.8809	1.9279
直射点经度/E	171	171.75	172.5	173.25	174	174.75	175.5

方程 中代入影长与太阳的直射的经线  $L-\phi$  的数据，得到非线性方程组

$$\left\{ \begin{array}{l} 1.1496 = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos 11^\circ 14' \cos(\psi - 165^\circ) + \sin \varphi \sin 11^\circ 14')^2 - 1}} \\ \vdots \\ 1.9279 = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos 11^\circ 14' \cos(\psi - 175.5^\circ) + \sin \varphi \sin 11^\circ 14')^2 - 1}} \end{array} \right\} \text{共21组}$$

由于上述方程组中，只含有 3 个未知常数，很明显  $L-\phi$  关系（影长与太阳的直射的经线）可以对应某曲线，而参数  $\varphi$ 、 $\varphi_0$ 、 $\psi$  共同决定这条曲线方程，由于  $L-\phi$  是一组数据，数据点较多，在此条件下，我们采用拟合的办法，去求参数  $\varphi$ 、 $\varphi_0$ 、 $\psi$ ，使得下面方程平方取得最小，

$$S = \sum_1^{21} \left[ L_i - \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\psi - \phi_i) + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}} \right]^2$$

一般来说，偏差  $S$  越小，曲线拟合得越好，说明参数就选择的越好，这是一个无约束最优化问题。

### 无约束线性最优化求解方程组

无约束最优化最优化问题一般形式可概括为：

$$\min f(x), \text{其中 } f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}^n$$

其中称  $f(x)$  为目标函数，向量  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  称为决策变量。

建立优化问题的数学模型，首先要确定问题的决策变量，然后构造模型的目标函数  $f(x)$ . 如果存在  $x^* \in \mathbf{R}^n$ ，并且  $f(x^*) \leq f(x)$ ， $\forall x \in \mathbf{R}^n$ ，则称  $x^*$  是上式的全局最优解， $f(x^*)$  是上式的全局最优值. 若有  $f(x^*) < f(x)$ ， $\forall x \in \mathbf{R}^n$ ， $x \neq x^*$ ，则称  $x^*$  是上式的严格全局最优解， $f(x^*)$  是上式的严格全局最优解。若存在  $x^*$  的一邻域  $U(x^*)$ ，使  $f(x^*) \leq f(x)$ ， $\forall x \in U(x^*)$ ，则称  $x^*$  是上式的局部最优解， $f(x^*)$  是上式的局部最优值. 如果有  $f(x^*) < f(x)$ ， $\forall x \in U(x^*)$ ，则称  $x^*$  是上式的严格局部最优解， $f(x^*)$  是上式的严格局部最优值. 无约束问题  $\min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x)$  的全局最优解必是  $f(x)$  的局部最优解。

无约束最优化算法主要有四类：最优梯度法、共轭梯度法、牛顿法、变尺度法。在此题中，我们用 Broyden 法（Newton 法的改进）。Newton 法相对其他最优化方法具有较高的收敛速度，但是 Newton 法原理可知，每步迭代中需要计算  $n$  个函数值，还要计算 Jacobi 矩阵的逆矩阵。为了减少 Newton 迭代法的计算量，把雅可比矩阵转换成常矩阵。得到简化的 Newton,则迭代格式：

$$\begin{pmatrix} x_1^{k+1} \\ x_2^{k+1} \\ \vdots \\ x_n^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ \vdots \\ x_n^k \end{pmatrix} - [f'(x^0)]^{-1} \begin{pmatrix} f_1^k(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ f_2^k(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ \vdots \\ f_n^k(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \end{pmatrix}$$

但是简化的 Newton 有时计算效果不如意，为此，我们在进行改进迭代法，构造一个矩阵  $H_k$ ，逼近  $f'(x_k)$  的逆矩阵，这样迭代公式就为：

$$x_{k+1} = x_k - H_k f(x_k)$$

选取不同的  $H_k$  就得到不同的拟 Newton 法，这里主要介绍 Broyden 法，Broyden 法的基本迭代格式为：

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k - H_k f(x_k) \\ H_{k+1} = H_k + \frac{(\Delta x_k - H_k y_k)(\Delta x_k)^T H_k}{(\Delta x_k)^T H_k y_k} \end{cases}$$

其中：

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k, y_k = f(x_{k+1}) - f(x_k)$$

即计算步骤如下：

1) 给定初始值点  $x_0$  及允许误差  $\varepsilon > 0$ ,  $H_0 = I$  ( $I$  为  $n$  阶矩阵), 令  $k=0$

2) 在  $p_k$  方向进行一维搜索，确定最佳步长  $\lambda_k$ ，使得

$$\min_{\lambda} f(x_k + \lambda p_k) = f(x_k + \lambda_k p_k),$$

3) 若  $\|g_{k+1}\| \leq \varepsilon$ ，则  $x_{k+1}$  即为近似极小值点，迭代停止，否则继续依 DFP 公式计算  $H_{k+1}$ ；

4) 若  $k < n-1$ ，则令  $k = k+1$ ，返回步骤 2；若  $k = n-1$ ，则令  $x_0 = x_{k+1}$ ， $k=0$ ，返回步骤 2。

根据 matlab 编程计算出纬度  $\varphi = 23.5056^\circ N$ ，经度  $\psi = 110.6327^\circ E$ ，定位地点为广西壮族自治区梧州市藤县。（附件编程六）

### (三) 题三模型的建立与求解

由第一问可知，太阳直射点的纬度与日期有关，如果假定从1月1日开始计算，则某月某日太阳直射点的位置为

$$\varphi_0 = \arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))$$

而太阳直射点的经度与时间（一天时间）有关，即不同经度的地方，地方是不同。由于一个时区相差一小时可知，两地经度相差 $15^\circ$ ，时差相差 $1h$ （假设未超过日分界线），因此，以 $120^\circ E$ 的北京时间为标准，设所求地的某一北京时间 $t$ ，则可知此时太阳直射点的经度位置 $\phi$ 为

$$\phi = 15(t-12) + 120^\circ E$$

由题二的赤道坐标系和太阳高度角公式，太阳高度角

$$\tan \theta = \frac{L}{H} = \frac{1}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}}$$

其中 $L$ 为影长， $H$ 为杆高，太阳直射的纬度为 $\varphi_0$ ，被测地的太阳时角为 $\Delta$ ， $\varphi$ 为所求地的纬度， $\psi$ 为所求地的经度，且被测地的太阳时角 $\Delta$ 有

$$\Delta = (\psi - \phi) = (\psi - (15(t-12) + 120^\circ E))$$

联立上式得影长的关系式

$$L = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))) \cos(\psi - \varphi_0) + \sin \varphi \sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))^2 - 1}}$$

经查询可知，黄赤交角为 $\varepsilon = 23.5^\circ$ ，影长 $L = \sqrt{x^2 + y^2}$ ， $t$ 为表中所给的北京时间，而经度 $\psi$ 、纬度 $\varphi$ 、天数 $n$ 为所求变量。

#### 模型求解

提取附件2中的数据，代入上述模型中，求出 $L-\varphi_0$ 的变化如下表

影长变化/m	1.2473	1.2228	1.1989	1.1754	1.1524	1.1299	1.1078
直射点经度/E	130.245	130.995	131.745	132.495	133.245	133.995	134.745
影长变化/m	1.0863	1.0651	1.0444	1.0243	1.0046	0.9855	0.9668
直射点经度/E	135.495	136.245	136.995	137.745	138.495	139.245	139.995



影长变化/m	0.9486	0.9309	0.9138	0.8971	0.8810	0.8655	0.8505
直射点经度/E	140.745	141.495	142.245	142.995	143.745	144.495	145.245

将得到了  $L-\varphi_0$  数据代入上述关系式中，得到含  $\varphi$ 、 $\psi$ 、 $n$ 、 $H$  的四元非线性方程组

$$\left\{ \begin{array}{l} 3.5331 = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))) \cos(\psi - 137.25)) + \sin \varphi \sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365)^2 - 1}} \\ \vdots \text{共21组} \\ 3.5468 = \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))) \cos(\psi - 138)) + \sin \varphi \sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365)^2 - 1}} \end{array} \right.$$

同样，我们对方程组进行最优化拟合，得到最优化方程

$$S = \sum_{i=1}^{21} \left[ L_i \cdot \frac{H}{\sqrt{(\cos \varphi \cos(\arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365))) \cos(\psi_i - \varphi_0)) + \sin \varphi \sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365)^2 - 1}} \right]^2$$

由于本题数据较多，我们采用遗传算法来进行求解  $\varphi$ 、 $\psi$ 、 $n$  的最优参数值。

### 遗传算法

遗传算法是一种概率化算法，主要思想是利用“生存法则”优胜劣汰，使用交叉算子和变异算子打破局部最优（稳定点），从而获得了全局最优。

遗传算法的重要应用领域是寻找全局解。它能以概率 1 寻找到全局最优解。遗传算法能够对搜索空间进行持续的搜索，因此遗传算法特别适合于在全局优化问题中应用。算法的核心步骤是染色体的编码、解码和  $F(x)$  的选取。

遗传算法直接对结构对象操作，不存在求导和函数连续性的限定；遗传算法不是从单个定点，而是从一个群体的角度开始搜索；并且具有内在的隐并行性和较好的全局寻优能力和良好的鲁棒性；采用概率化寻优方法，能自动获取搜索过程中的有关知识并用于指导优化，自适应地调整搜索方向，不需要确定的规则。因此用遗传算法能很好的处理非线性、多目标的全局最优解的问题。

非线性规划遗传算法的计算过程如下流程图所示

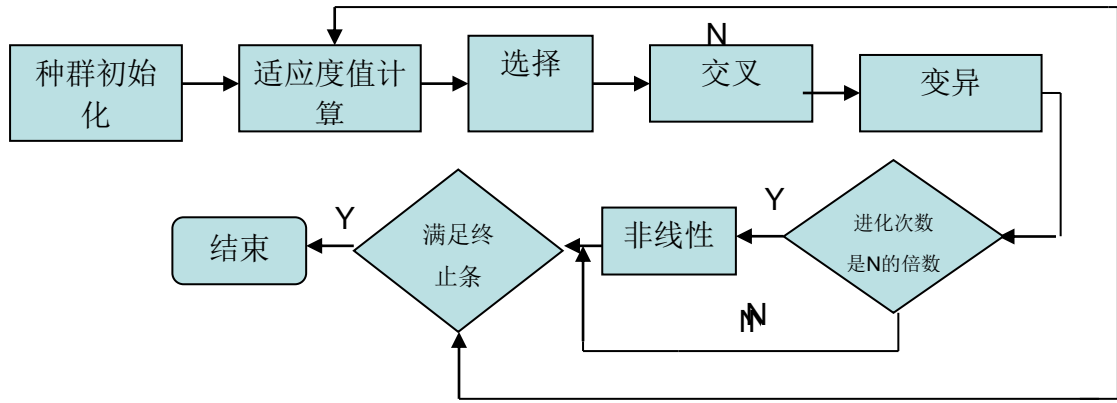


图 12

其中，种群初始化模块根据求解问题初始化种群，适应度值计算模块根据适应度函数计算种群中染色体的适应度值，选择、交叉和变异为遗传算法的搜索算子， $N$  为固定值，当进化次数为  $N$  的倍数时，则采用非线性寻优的方法加快进化，非线性寻优利用当前染色体值采用函数 `fmincon` 寻找问题的局部最优值。

### 1. 适应度函数

适应度函数是用来区分群体中个体好坏的标准。本题是把函数值的倒数作为个体的适应度值。函数值越小的个体，适应度值越大，个体越优。适应度计算函数为

$$F[f(x)] = \frac{1}{f(x)}$$

### 2. 选择操作

选择操作从旧群体中以一定概率选择优良个体组成新的种群，以繁殖得到下一代个体。本题选择轮盘赌法，即基于适应度比例的选择策略，个体  $i$  被选中的概率为

$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^N F_j}$$

其中， $F_i$  为个体  $i$  的适应度值； $N$  为种群个体数目

### 3. 交叉操作

本题采用交叉法，第  $k$  个染色体  $a_k$  和第  $l$  个染色体  $a_l$  在  $j$  位的交叉操作方法为

$$a_{kj} = a_{ij}(1-b) + a_{lj}b$$

$$a_{lj} = a_{lj}(1-b) + a_{kj}b$$

其中， $b$  是  $[0,1]$  区间的随机数。

### 4. 变异操作

变异操作从种群中随机选取一个个体，选择个体中的一点进行变异以产生更优秀的个体。第  $i$  个个体的第  $j$  个基因  $a_{ij}$  进行变异的操作方法为

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + (a_{ij} - a_{\max}) * f(g), r \geq 0.5 \\ a_{ij} + (a_{\min} - a_{ij}) * f(g), r < 0.5 \end{cases}$$

其中， $a_{\max}$  是基因  $a_{ij}$  的上界； $a_{\min}$  是基因  $a_{ij}$  的下界； $f(g) = r_2(1 - g / G_{\max})^2$ ， $r_2$  是一个随机数， $g$  是当前迭代次数， $G_{\max}$  是最大进化次数， $r$  为  $[0,1]$  区间的随机数。

将数据代入非线性方程组中，解得  $\varphi = 87.46^\circ$ ， $\psi = 37.46^\circ$ ，即所在的地理位置新疆（附件编程 10）

杆影长	3.5331	3.5468	3.5618	3.5781	3.5958	3.6149	3.6354
直射点的经度	137.2500	138	138.7500	139.5000	140.2500	141	141.7500
杆影长	3.6572	3.6805	3.7052	3.7313	3.7589	3.7881	3.8187
直射点的经度	142.5000	143.2500	144.0000	144.7500	145.5000	146.2500	147
杆影长	3.8508	3.8846	3.9199	3.9569	3.9955	4.0358	4.0779
直射点的经度	147.7500	148.5000	149.2500	150	150.7500	151.5000	152.2500

同理对附件 3 中数据应用代入，求得  $\varphi = 130.10^\circ$ ， $\psi = 74.3^\circ$  即所在的地理位置太平洋

#### （四）题四模型的建立与求解 对视频的处理

由于视频文件过大，为此，我们采取提取关键帧的来降低处理任务，得到相同时间间隔的太阳影子的图片，然后通过杆高和图片尺寸的数量关系，求出相对应时间的影长，应用模型三，带入对视频处理得到的数据，求出相对应的地理位置。

##### 1) AVI 格式的标准格式

由于 MATLAB 处理的只能标准格式的 AVI 文件，为此，我们用格式工厂这个软

件将相应的视频文件进行转化

## 2) 提取关键帧

由于附件中视频文件为 40 分钟，我们每两分钟截取一片段，共得到 21 组图片（附件编程 11）

## 3) 图片杆影长的计算

由照片中杆长 2 米，在照片中建立坐标系，求得杆长与影长的数学关系，进而解得影长，得到影长与时间的数据对应关系，如下表

时间/h	9.9	9.93	9.96	9.99	10.02	10.05	10.08
影长/cm	21.65	21.12	20.85	20.74	20.37	19.95	19.79
时间/h	10.11	10.14	10.17	10.20	10.23	10.26	10.29
影长/cm	19.47	19.37	19.31	18.89	18.63	18.52	18.26
时间/h	10.32	10.35	10.38	10.41	10.44	10.47	10.50
影长/cm	17.83	17.78	17.52	17.15	17.25	16.94	16.56

## 经纬度的求解

根据第三题模型，可知相当于求解非线性方程组，如下式

$$\begin{cases} \varphi_0 = \arcsin(\sin \varepsilon \sin(2\pi(n+284)/365)) \\ \phi = 15(t-12) + 120^\circ E \\ \tan \theta = \frac{L}{H} = \frac{1}{\sqrt{(\cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta + \sin \varphi \sin \varphi_0)^2 - 1}} \\ \Delta = (\psi - \phi) = (\psi - (15(t-12) + 120^\circ E)) \end{cases}$$

其中  $L$  为影长， $H$  为杆高，太阳直射的纬度为  $\varphi_0$ ，被测地的太阳时角为  $\Delta$ ，天数  $n$  为拍摄日期到 1 月 1 日的天数， $\varphi$  为所求地的纬度， $\psi$  为所求地的经度，黄赤交角为  $\varepsilon = 23.5^\circ$ ，所求变量经度  $\psi$ 、纬度  $\varphi$ ，代入表时间和影长的数据，分析求得目标的经度  $96.74^\circ$ ，纬度  $25^\circ$ 。

## 六、模型的优缺点

### 优点

- 1.模型具有良好的适用性
- 2.我们建立了太阳影子定位模型，具有一般性，没有缺陷
- 3 模型求解创新有新意，能够合理解决问题

### 缺点

- 1.图表不太美观
- 2.本模型因处理数据有限，得到的结果可能与实际值偏差

## 七、参考文献

- [1]郑鹏飞, 林大钧, 刘小羊, 吴志庭. 基于影子轨迹线反求采光效果的技术研究[J]. 华东理工大学学报, 2010
- [2]肖智勇, 刘宇翔. 一种新的纬度测量方法[J]. 大学物理月刊, 2010.
- [3]宋叶志, 等编著, 数值分析与应用第二版. 北京: 中国电影出版社, 2014年2月.
- [4]刘仁云, 张晓丽, 侯国亮, 李东平. 数学建模方法与数学实验. 北京: 中国水利水电出版社. 2012年7月.
- [5]汪晓银, 周保平. 数学建模与实验流程第二版. 北京: 科学出版社, 2012年8月
- [6]史峰, 王辉, 郁磊, 胡斐. MATLAB 智能算法 30 个案例分析. 北京: 北京航空航天大学出版社. 2011年7月.

附件一：

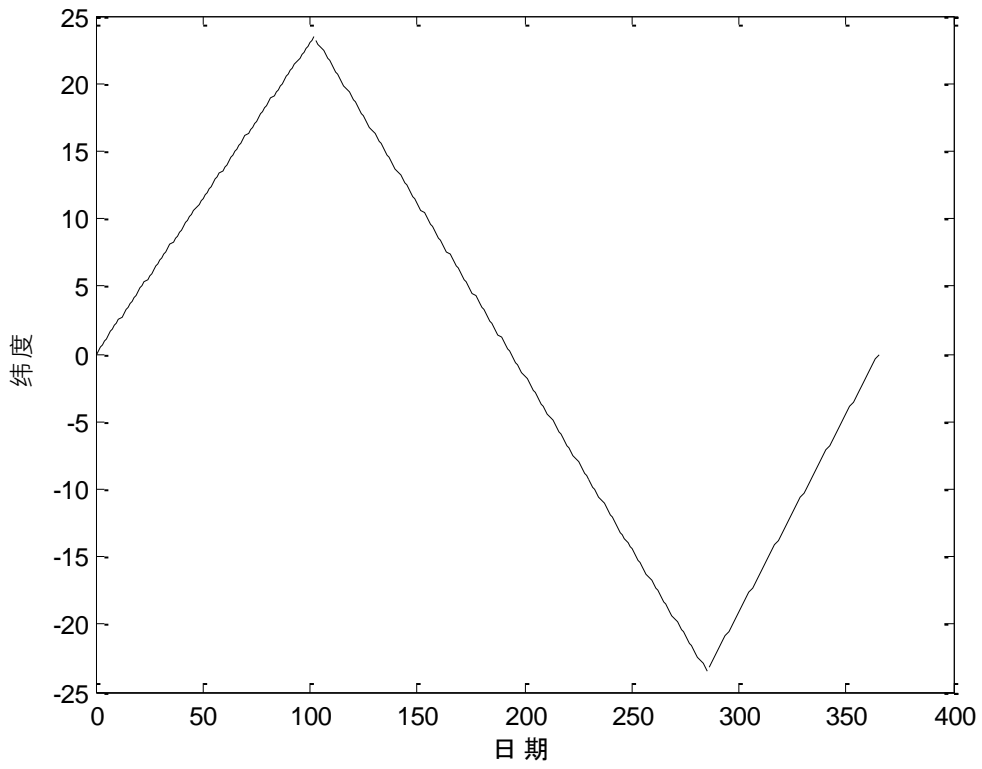
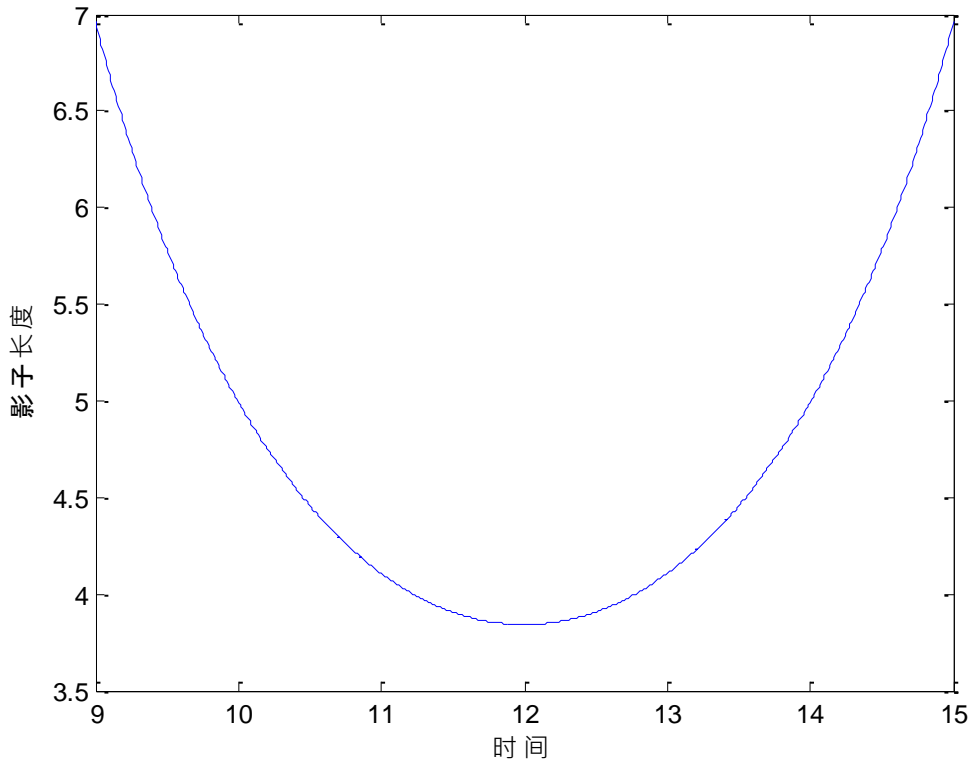
编程一：

```
t=0:102;
b=0.23.*t;
plot(t,b,'.')
hold on
t=103:285;
b=23.45-0.256.*(t-102);
plot(t,b,'.')
hold on
t=286:365;
b=0.293.*(t-285)-23.45
plot(t,b,'.')
xlabel('日期');
ylabel('纬度');
```

编程二：影长变化

```
t=9:0.01:15;
w=15*(t-12);%w 为时角
n=295;
sgm=23.45*sin((2.*pi.*(284+n))/365);
wd=39.91;%wd 为北京天安门处的纬度
a=sind(wd)*sind(sgm)+cosd(wd)*cosd(sgm)*cosd(w);
b=asin(a);
h=3;
lenth=h*cot(b);
plot(t,lenth)
title('直杆影子长度变化曲线')
xlabel('时间')
ylabel('影子长度')
plot(t,lenth)
```

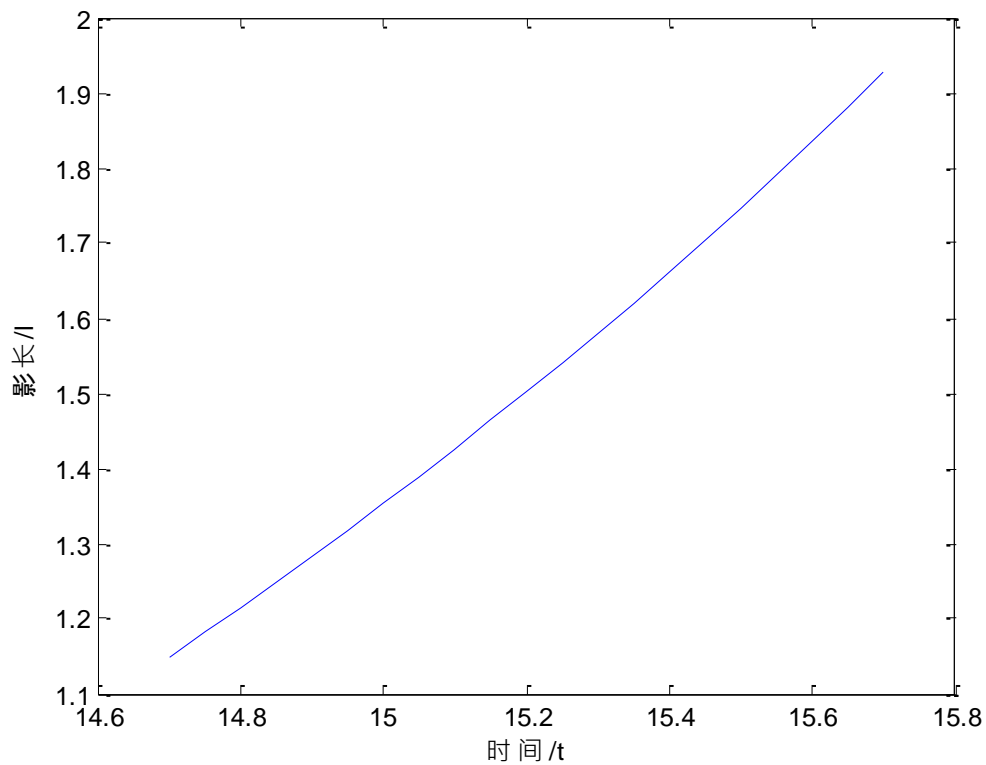
直杆影子长度变化曲线





编程三：

```
t=14.7:0.05:15.7;  
x=[1.0365 1.0699 1.1038 1.1383 1.1732 1.2087 1.2448 1.2815 1.3189 1.3568  
1.3955 1.4349 1.4751 1.516 1.5577 1.6003 1.6438 1.6882 1.7337 1.7801  
1.8277];  
y=[0.4973 0.5029 0.5085 0.5142 0.5198 0.5255 0.5311 0.5368 0.5426 0.5483  
0.5541 0.5598 0.5657 0.5715 0.5774 0.5833 0.5892 0.5952 0.6013 0.6074  
0.6135];  
l=sqrt(x.^2.+y.^2);  
plot(t,l)  
xlabel('时间/t')  
ylabel('影长/l')
```



编程四：

```
t=14.7:0.05:15.7;  
w=120+15.*(t-12) %直射点经度随时间的变化
```

北京时间/h	14.7	14.75	14.8	14.85	14.9	14.85	15
直射点经度/E	160.5	161.25	162	162.75	163.5	164.25	165
北京时间/h	15.05	15.1	15.15	15.2	15.25	15.3	15.35
直射点经度/E	165.75	166.5	167.25	168	168.75	169.5	170.25
北京时间/h	15.4	15.45	15.5	15.55	15.6	15.65	15.7
直射点经度/E	171	171.75	172.5	173.25	174	174.75	175.5

编程五：

```
x=[1.0365 1.0699 1.1038 1.1383 1.1732 1.2087 1.2448
1.2815 1.3189 1.3568 1.3955 1.4349 1.4751 1.5160
1.5577 1.6003 1.6438 1.6882 1.7337 1.7801 1.8277];
```

```
y=[0.4973 0.5029 0.5085 0.5142 0.5198 0.5255 0.5311
0.5368 0.5426 0.5483 0.5541 0.5598 0.5657 0.5715
0.5774 0.5833 0.5892 0.5952 0.6013 0.6074 0.6135];
```

```
t=14.7:0.05:15.7;
```

```
l=sqrt(x.^2+y.^2)
```

```
w=120+15.*(t-12)%w 为太阳直射点经度
```

影长/m	1.1496	1.1822	1.2153	1.2491	1.2832	1.318	1.3534
直射点经度/E	160.5	161.25	162	162.75	163.5	164.25	165
影长/m	1.3894	1.4262	1.4634	1.5015	1.5402	1.5799	1.6201
直射点经度/E	165.75	166.5	167.25	168	168.75	169.5	170.25
影长/m	1.6613	1.7033	1.7462	1.7901	1.835	1.8809	1.9279
直射点经度/E	171	171.75	172.5	173.25	174	174.75	175.5

编程六:

题二求解结果代码:

```
function [x, n, data]=broyden(x0, tol)
if nargin==1
    tol=1e-5;
end
H0=df2(x0);
H0=inv(H0);
x1=x0-H0*f2(x0);
n=1;
wucha=0.1;
while (wucha>tol)&(n<10) &(n<500)
    wucha=norm(x1-x0);
    dx=x1-x0;
    y=f2(x1)-f2(x0);
    fenzi=dx'*H0*y;
    H1=H0+(dx-H0*y)*(dx)'*H0/fenzi;
    temp_x0=x0;
    x0=x1;
    x1=temp_x0-H1*f2(temp_x0);
    H=H1;
    n=n+1;
    data(:,n)=x1;
end
x=x1;
```

```
function F=f2(x0)
x=x0(1);
y=x0(2);
z=x0(3);
f1=cos(x)*cos(0.196)*cos(y-161.25)+sin(0.196)*sin(x)-((z^2+(1.1496)^2)
)^1/2)/1.1496;
f2=cos(x)*cos(0.196)*cos(y-160.5)+sin(0.196)*sin(x)-((z^2+(1.1822)^2)
)^1/2)/1.1822;
f3=cos(x)*cos(0.196)*cos(y-160.5)+sin(0.196)*sin(x)-((z^2+(1.2153)^2)
)^1/2)/1.2153;
F=[f1;f2;f3];
```

```
function f=df2(x0)
x=x0(1);
```

```

y=x0(2);
z=x0(3);
f=[-sin(x)*cos(0.196)*cos(y-160.5)+sin(0.196)*cos(x)
cos(x)*cos(0.196)*(-sin(y-160.5)) z*((z^2+1.1496^2)^1/2)/1.1496
-sin(x)*cos(0.196)*cos(y-161.25)+sin(0.196)*cos(x)
cos(x)*cos(0.196)*(-sin(y-161.25)) z*((z^2+1.1822^2)^1/2)/1.1822
-sin(x)*cos(0.196)*cos(y-162)+sin(0.196)*cos(x)
cos(x)*cos(0.196)*(-sin(y-162)) z*((z^2+1.2153^2)^1/2)/1.2153];

```

```

x0=[23.45 110 3]';
[x,n,data]=broyden(x0)
disp('计算结果为')
x
disp('迭代次数为')
n
%抽取 data 中第一个变量数据 画出曲线
subplot(3,1,1)
plot(data(1,:)),title('x1 在迭代中的变化')
subplot(3,1,2)
v=[1 n -0.05 0.05];
plot(data(2,:),axis(v),title('x2 在迭代中的变化'))
subplot(3,1,3)
plot(data(3,:)),title('x3 在迭代中的变化')
num(1:n)';
a=[num data'];
save data1.txt a -ascii

```

计算结果为

```

x =
    23.5056

```

110.6327  
 5.5524  
 迭代次数为  
 n =  
 10

编程七:

```
t=[12.6830 12.7330 12.7830 12.8330 12.8830 12.9330
    12.9830 13.0330 13.0830 13.1330 13.1830 13.2330
    13.2830 13.3330 13.3830 13.4330 13.4830 13.5330
    13.5830 13.6330 13.6830];
l=sqrt(x.^2+y.^2)
w=120+15*(t-12)
```

编程八:

```
x=[1.1637, 1.2212, 1.2791, 1.3373, 1.396, 1.4552, 1.5148, 1.575, 1.6357, 1.697
, 1.7589, 1.8215, 1.8848, 1.9488, 2.0136, 2.0792, 2.1457, 2.2131, 2.2815, 2.350
8, 2.4213];
y=[3.336, 3.3299, 3.3242, 3.3188, 3.3137, 3.3091, 3.3048, 3.3007, 3.2971, 3.29
37, 3.2907, 3.2881, 3.2859, 3.284, 3.2824, 3.2813, 3.2805, 3.2801, 3.2801, 3.28
04, 3.2812];
t=13.15:0.05:14.15;
l=sqrt(x.^2+y.^2);
w=(t-12)*15+120
```

杆影长	3.5331	3.5468	3.5618	3.5781	3.5958	3.6149	3.6354
直射点的 经度	137.2500	138	138.7500	139.5000	140.2500	141	141.7500
杆影长	3.6572	3.6805	3.7052	3.7313	3.7589	3.7881	3.8187
直射点的 经度	142.5000	143.2500	144.0000	144.7500	145.5000	146.2500	147
杆影长	3.8508	3.8846	3.9199	3.9569	3.9955	4.0358	4.0779

直射点的 经度	147.7500	148.5000	149.2500	150	150.7500	151.5000	152.2500
------------	----------	----------	----------	-----	----------	----------	----------

编程十：

```
function y = fun(x)
L=w/((cos(x)*cos(arccsin(sin(0.41)(sin(2*pi*(y+284)/365))))*cos(z-(15*(t-12)+120)))+sin(x)*sin(0.41)*sin(2*pi*(y+284)/365)^2-1)^1/2;;
```

```
function ret=Select(individuals, sizepop)
```

```
% 本函数对每一代种群中的染色体进行选择，以进行后面的交叉和变异
% individuals input : 种群信息
% sizepop input : 种群规模
% opts input : 选择方法的选择
% ret output : 经过选择后的种群
```

```
individuals.fitness= 1./(individuals.fitness);
```

```
sumfitness=sum(individuals.fitness);
```

```
sumf=individuals.fitness./sumfitness;
```

```
index=[];
```

```
for i=1:sizepop %转 sizepop 次轮盘
```

```
pick=rand;
```

```
while pick==0
```

```
pick=rand;
```

```
end
```

```
for j=1:sizepop
```

```
pick=pick-sumf(j);
```

```
if pick<0
```

```
index=[index j];
```

```
break; %寻找落入的区间，此次转轮盘选中了染色体 i，注意：
```

```
在转 sizepop 次轮盘的过程中，有可能会重复选择某些染色体
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
individuals.chrom=individuals.chrom(index,:);
```

```
individuals.fitness=individuals.fitness(index);
```

```
ret=individuals;
```

```
function ret=Cross(pcross, lenchrom, chrom, sizepop, bound)
```

```
%本函数完成交叉操作
```

```
% pcorss input : 交叉概率
```

```
% lenchrom input : 染色体的长度
```

```
% chrom input : 染色体群
```

```

% sizepop          input : 种群规模
% ret             output : 交叉后的染色体

for i=1:sizepop

    % 随机选择两个染色体进行交叉
    pick=rand(1,2);
    while prod(pick)==0
        pick=rand(1,2);
    end
    index=ceil(pick.*sizepop);
    % 交叉概率决定是否进行交叉
    pick=rand;
    while pick==0
        pick=rand;
    end
    if pick>pcross
        continue;
    end
    flag=0;
    while flag==0
        % 随机选择交叉位置
        pick=rand;
        while pick==0
            pick=rand;
        end
        pos=ceil(pick.*sum(lenchrom)); %随机选择进行交叉的位置，即选择
        第几个变量进行交叉，注意：两个染色体交叉的位置相同
        pick=rand; %交叉开始
        v1=chrom(index(1),pos);
        v2=chrom(index(2),pos);
        chrom(index(1),pos)=pick*v2+(1-pick)*v1;
        chrom(index(2),pos)=pick*v1+(1-pick)*v2; %交叉结束
        flag1=test(lenchrom,bound,chrom(index(1),:)); %检验染色体 1
        的可行性
        flag2=test(lenchrom,bound,chrom(index(2),:)); %检验染色体 2
        的可行性
        if flag1*flag2==0
            flag=0;
        else flag=1;
        end %如果两个染色体不是都可行，则重新交叉
    end
end
ret=chrom;

```

```

function ret=Mutation(pmutation, lenchrom, chrom, sizepop, pop, bound)
% 本函数完成变异操作
% pcorss          input : 变异概率
% lenchrom        input : 染色体长度
% chrom           input : 染色体群
% sizepop         input : 种群规模
% pop             input : 当前种群的进化代数和最大的进化代数信息
% ret             output : 变异后的染色体

for i=1:sizepop
    % 随机选择一个染色体进行变异
    pick=rand;
    while pick==0
        pick=rand;
    end
    index=ceil(pick*sizepop);
    % 变异概率决定该轮循环是否进行变异
    pick=rand;
    if pick>pmutation
        continue;
    end
    flag=0;
    while flag==0
        % 变异位置
        pick=rand;
        while pick==0
            pick=rand;
        end
        pos=ceil(pick*sum(lenchrom)); %随机选择了染色体变异的位置,即
        选择了第 pos 个变量进行变异
        v=chrom(i, pos);
        v1=v-bound(pos, 1);
        v2=bound(pos, 2)-v;
        pick=rand; %变异开始
        if pick>0.5
            delta=v2*(1-pick^((1-pop(1)/pop(2))^2));
            chrom(i, pos)=v+delta;
        else
            delta=v1*(1-pick^((1-pop(1)/pop(2))^2));
            chrom(i, pos)=v-delta;
        end %变异结束
        flag=test(lenchrom, bound, chrom(i, :)); %检验染色体的可行性
    end
end

```



```

    end
end
ret=chrom;

function ret=Mutation(pmutation, lenchrom, chrom, sizepop, pop, bound)
% 本函数完成变异操作
% pcorss          input : 变异概率
% lenchrom        input : 染色体长度
% chrom           input : 染色体群
% sizepop         input : 种群规模
% pop             input : 当前种群的进化代数和最大的进化代数信息
% ret            output : 变异后的染色体

for i=1:sizepop
    % 随机选择一个染色体进行变异
    pick=rand;
    while pick==0
        pick=rand;
    end
    index=ceil(pick*sizepop);
    % 变异概率决定该轮循环是否进行变异
    pick=rand;
    if pick>pmutation
        continue;
    end
    flag=0;
    while flag==0
        % 变异位置
        pick=rand;
        while pick==0
            pick=rand;
        end
        pos=ceil(pick*sum(lenchrom)); %随机选择了染色体变异的位置,即
        选择了第 pos 个变量进行变异
        v=chrom(i, pos);
        v1=v-bound(pos, 1);
        v2=bound(pos, 2)-v;
        pick=rand; %变异开始
        if pick>0.5
            delta=v2*(1-pick^((1-pop(1)/pop(2))^2));
            chrom(i, pos)=v+delta;
        else
            delta=v1*(1-pick^((1-pop(1)/pop(2))^2));

```

```

        chrom(i, pos)=v-delta;
    end    %变异结束
    flag=test(lenchrom, bound, chrom(i, :));    %检验染色体的可行性
end
end
ret=chrom;

function flag=test(lenchrom, bound, code)
% lenchrom    input : 染色体长度
% bound      input : 变量的取值范围
% code       output: 染色体的编码值

flag=1;
[n, m]=size(code);

for i=1:n
    if code(i)<bound(i, 1) || code(i)>bound(i, 2)
        flag=0;
    end
end
end

```

编程十一：

图像读入：

将 avi 视频的每一帧保存为图片的程序

```

aviinfo(' I:\BaiduYunDownload\Appendix4. avi');%显示存在 d 盘的电影
abc. avi 的信息
mov=aviread(' I:\BaiduYunDownload\Appendix4. avi');%读入存在 d 盘的电影
abc. avi
movie(mov);%放映电影 将电影转成图片序列
mov=aviread(' I:\BaiduYunDownload\Appendix4. avi'); %读入
fnum=size(mov, 2); %读取电影的帧数, mov 为 1*temp
for i=1:fnum
    strtemp=strcat(' I:\转换的图片\', int2str(i), '.', ' jpg'); %将每帧转
成 jpg 的图片
    imwrite(mov(i). cdata(:, :, Smile, mov(i). colormap, strtemp));
end

```