

# 基于坐标变换的太阳影子定位技术

## 摘要

A题要求我们通过对于太阳影子变化过程和原理的分析，掌握初步的太阳影子定位技术。在本文中，我们重点讨论了日期、时间、经度、纬度等对于影子长度变化的影响，并对所使用的方案做了进一步的优化与分析。

对于第一问，我们尝试通过物理过程的分析建立影子长度的数学模型。根据地理常识和立体几何知识，我们可以利用Matlab计算出给定时间地点的太阳高度角和方位角。我们根据所得的公式，绘制出了2015年9:00-15:00天安门广场直杆影子长度的变化。

对于第二问已知日期的情况。首先，我们将杆长数据进行二次拟合，找出影子长度变化轨迹的对称轴，即最低点的位置，得到该地时区与北京时区的差距，确定其经度大致范围。之后我们通过程序对纬度进行遍历并修正经度，逐步减小实际值与模型值之间的误差，得到最优解为 $107.81^{\circ}E1.97^{\circ}S$  和 $108.27^{\circ}E19.2^{\circ}N$ ，通过谷歌地图检索得到具体地点为海南省东方市和南海海面。

对于第三问，日期未知的情形，我们的思路与第二问类似，只需要在经度和纬度基础上对日期再做一层遍历即可，最后求得最优解为附件2: 5月26日  $79.68^{\circ}E39.95^{\circ}N$ ，具体地点在新疆省境内；附件3: 1月19日  $28.7^{\circ}N110.0^{\circ}E$ 具体地点在湖南省境内。

第四问的难点在于对图像的处理。我们采用相应的软件对视频进行了截图和测量，并根据三维模型得到了影子实际坐标值，代入前面的模型，得到最优解在呼和浩特市附近。

**关键字：** 坐标变换，太阳影子，定位系统

# 1 影子长度问题的数学模型

## 1.1 问题转述

在水平地面上垂直放置一长为3米的直杆，由于太阳相对于该地的位置随着时间变化，影子也会产生相应的变化。现通过建立影子长度变化的数学模型，分析影子长度关于各个参数的变化规律，并应用所建立的模型画出2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场（北纬39度54分26秒,东经116度23分29秒）3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

## 1.2 背景介绍

我们知道地球绕太阳进行公转，方向与自转方向一致，从黄北极看为自西向东逆时针旋转。地轴与黄道面不是垂直的，赤道和黄道面的夹角——黄赤交角 $23^{\circ}26'$ 。

## 1.3 模型基本假设

**Hypothesis 1** 在日期因素的分析中假设地球公转速度为常数

**Hypothesis 2** 在一天内具体时刻因素的分析中假设地球自转速度为常数

**Hypothesis 3** 模型计算中认为地球是标准球体

**Hypothesis 4** 在考虑直杆的影子时，假设地面是平坦的

**Hypothesis 5** 在处理影子时，认为太阳光是平行光

## 1.4 模型中的名词符号解释

**Definition 1** 将以地球的地轴为 $z$ 轴，将太阳直射点（该地正午12点时）沿所在经线平移至赤道上，以地心指向赤道上该点的方向为 $x$ 轴方向，建立的右手笛卡尔坐标系称为赤道系（本地坐标系）。

**Definition 2** 将以黄北极为 $z$ 轴，以地心指向太阳直射点（该地正午12点时）的方向为 $x$ 轴方向，建立的右手笛卡尔坐标系称为黄道系。

## 1.5 数学模型及算法

给定一根长为3米的直杆，于2015年10月22日放置于经度为+116度23分29秒，纬度为+39度54分26秒处，其中规定经度的符号：东经为正，西经为负；纬度的符号：北纬为正，南纬为负。第一步将时间调成可以处理的形式，第二步将经纬度转化成赤道系中的坐标，第三步将赤道系中的坐标转化成黄道系中的坐标，第四步计算出影子的长度。

**Step 1** 首先，我们将标准可处理的时间定为夏至那一天的时间。由于之后的矩阵对于地球进行的坐标变换会影响太阳直射点的经度，所以需要对其时刻进行调整，以使得最终得到的姿态对应的时间是正确的。由地理常识和立体几何的相关知识，我们可以得到：

$$t' = t + \arctan^{-1} \frac{\sin \Delta\Omega}{\cos \Delta\Omega \cos 23^\circ 26'} \times \frac{12}{\pi} \quad (1)$$

其中， $t$ 的单位为小时， $\Delta\Omega$ 定义为距夏至天数除以一年天数乘以 $2\pi$ 。

**Step 2** 设经度为 $\Psi$ ，纬度为 $\Theta$ ，时间为 $t'(s)$ （即step1中转换后的时间）， $\phi, \theta, r$ 为球坐标的参数，推导所得的转化关系如下

$$\begin{cases} \theta = 90^\circ - \Theta \\ \phi = [\text{mod}(\Psi + 7.5^\circ, 15^\circ) - 7.5^\circ + \left(\frac{t' - 43200}{240}\right)^\circ] \end{cases} \quad (2)$$

其中， $\text{mod}(\Psi + 7.5^\circ, 15^\circ) - 7.5^\circ$ 是计算出该地和所在时区的中央经线的经度差；并且考虑到地球的自转，已知一天有86400秒，则 $t' - 43200$ 是测量时的时间与正午12点相差的秒数， $86400 \div 360 = 240$ 即每240秒地球自转 $1^\circ$ ， $\frac{t' - 43200}{240}$ 为时间规范导致的自转角度。由坐标变换得出赤道坐标系中半径方向、地轴北极方向、和局部相应的正东方向的单位向量的表达式分别如下：

$$\begin{cases} \hat{r} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) \\ \hat{n} = (-\cos \theta \cos \phi, -\cos \theta \sin \phi, \sin \theta) \\ \hat{e} = (-\sin \phi, \cos \phi, 0) \end{cases} \quad (3)$$

**Step 3** 从赤道系转换到黄道系的过程是两步坐标架的旋转：第一步是以黄道系中 $y$ 轴旋转黄赤交角；第二步由于日期因素，以黄道系中 $z$ 轴方向为轴公转角的旋转。所以上一步得到的三个向量的过渡矩阵 $A$ 即为两个转动矩阵相乘：

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos i & 0 & \sin i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin i & 0 & \cos i \end{pmatrix}$$

其中 $\alpha$ 为公转角,  $i$ 为黄赤交角,  $i = 23^\circ 26'$ 。显然,  $A$ 的行列式为1, 单位向量和 $A$ 作用得到的还是单位向量。

即黄道系中三个单位向量为:

$$\begin{cases} \hat{r}' = A\hat{r} \\ \hat{n}' = A\hat{n} \\ \hat{e}' = A\hat{e} \end{cases} \quad (4)$$

此时,  $\hat{r}'$ 即为黄道系中杆所在位置相对于地球球心的单位向量 $(a, b, c)$ 。

**Step 4** 现已有黄道系中的杆的底端或顶端相对于地球球心的单位向量 $(a, b, c)$ 。为方便计算影子的长度, 可将坐标原点平移到杆的底端, 此时以 $(a, b, c)$ 为法向量, 经过原点的地球的一个切平面方程为 $ax + by + cz = 0$ 。因为太阳光是平行光, 而且地球考虑为理想球体, 所以黄道系中 $x$ 轴的方向与太阳光方向平行, 即太阳直射的方向沿 $x$ 轴, 与杆顶端相交, 与切平面的交点即为影子的顶点。光线方程为

$$\begin{cases} y = b \\ z = c \end{cases} \quad (5)$$

设杆的长度归一, 影子顶点坐标为 $(x, b, c)$ , 可得:

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + cz = 0 \\ y = b \\ y = c \end{array} \right\} \Rightarrow x = -\frac{b^2 + c^2}{a} \quad (6)$$

则, 影子的长度 $l$ 的理论公式为

$$l = 3 \times \sqrt{\frac{(b^2 + c^2)^2}{a^2} + b^2 + c^2} \quad (7)$$

由式(7), 将时间间隔定为6分钟, 可采用软件编程计算出每6分钟该地对应的三个单位向量 $\hat{r}' = (a, b, c), \hat{n}', \hat{e}'$ 。得到影子顶端在杆底端为原点的坐标系中的坐标 $(-\frac{b^2+c^2}{a}, b, c)$ , 可以将该向量分解到所得的 $\hat{n}', \hat{e}'$ , 即得影子顶点随时间变化的轨迹图。

**Step 5** 现已得到影子长度和日期, 时刻, 经纬度的关系式, 即式(7)。按照如上叙述的模型和算法, 运用 $Matlab$ 软件进行编程(源程序见附录1), 得到2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场(北纬39度54分26秒, 东经116度23分29秒)3米高的直杆的太阳影子顶点的坐标曲线图(图1)。图中横坐标为局部坐标系北方向, 纵坐标为东方向, 杆的底部位于原点, 点为各时刻的杆的影子顶点, 每六分钟一个数据点。

以及得到影子的长度变化曲线(图2)。图中原点为杆所在地, 横坐标为时刻, 纵坐标为影子长度。

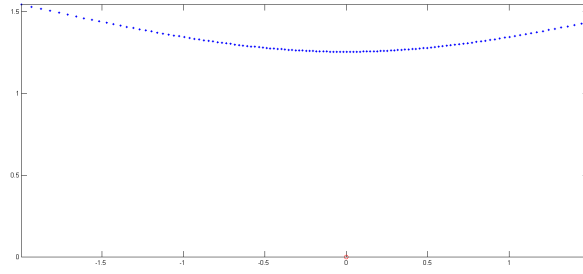


图 1: 影子顶点随时间变化轨迹图

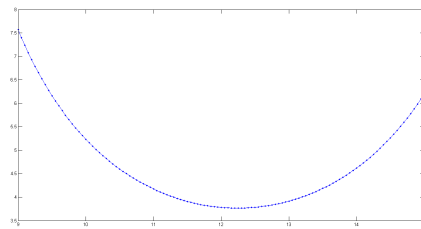


图 2: 影子长度 $l$  时间 $t$ 变化曲线图

## 2 由影子顶点轨迹定位问题

### 2.1 问题转述

现有某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，通过建立数学模型确定直杆所处的地点。并将模型应用于给定的具体的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点。此问题分为已知日期和未知日期两种情况。

### 2.2 模型及算法

**Stage 1** 首先考虑已知日期的情况。

第一步计算出杆所在地的经度近似值。

第一部分已经建立了已知日期时刻和经纬度，得到影子顶点坐标的数学模型，这里沿用之前的思想，从模型应用的结果可以看出影子在正午12点长度最短，影子顶点随时刻变化的轨迹近似为开口向上的二次函数，对称轴对应当地正午12点的时刻。这里为简便起见用二次函数对其进行拟合。虽然在理论上这个模型是不够正确的，但已足以确定经度的大概范围，对于后面减少计算量有很大的帮助。所以，对于给定的影子轨迹，先将坐标转换成影子长度 $l$ :  $l = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。使用Origin软件进行二次函数拟合，得到 $l = at^2 + bt + c$ 中 $a, b, c$ 的值，然后算出二次函数的对称轴对应的北京时间(东经120°)的时刻，与正午12点进行对比，一个小时的时区时差对应经度差为15°，由此推出杆子所在的经度 $longtitude$ 。具体公式如下：

$$longtitude = 120^\circ \pm \left(-\frac{b}{2a} - 12\right) \times 15^\circ \quad (8)$$

若对称轴所表示时刻大于12点，则表明该地时间迟于北京时间，上式中符号取负；反之，对称轴所表示时刻小于12点，则符号取正。

带入题目附件1给的数据，先用Excel计算出影子长度，再使用Origin拟合出长度和时刻的关系，如下图(图3)得到拟合出的二次函数为 $y = 0.1489x^2 - 3.75188x + 24.1275$ ，带入式(8)，计算出所在经度为109.6°

第二步，采用枚举法修正该地的经度和计算该地的纬度。

考虑到问题的相似性，第一个问题中的程序可以使用，功能是输入杆的经度纬度，日期，时刻，杆长，输出影子的坐标。由于题目数据没有提供杆长，首先将杆长归一化，令长度为1米。题目给了日期和时刻，采用枚举法进行二维遍历，即对纬度范围 $(-90^\circ, 90^\circ)$ 和经度在近似值附近的范围 $(longtitude - \delta^\circ, longtitude + \delta^\circ)$ ，各每隔一定度数带入修改过的第一部分的程序计算一次影子长度，每个纬度和经度有21组影子长度，与给定的数据计算方差： $\sum_{i=1}^{21} (l'_i - l_i)^2$ ，其中 $l'_i$ 是程序计算出的影长， $l_i$ 是给定数据。寻找方差的极小

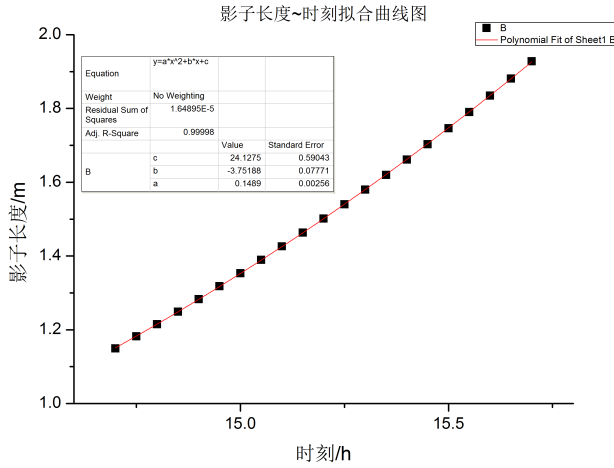


图 3: 附件1Origin拟合图

值所在纬度范围，缩小纬度间隔，在缩小的范围内重复上述遍历，直到找到精确的纬度和经度。另外，虽然具体的朝向在附件中没有给出，但是相对的角度差是可以计算的，于是又有21组角度数据，同理可得方差 $\sum \Delta\theta^2$ ，将两个方差相乘（相乘是我们自己构造出来的，在最后模型优缺点讨论中会谈到的），即可得到一个综合指标，衡量该组数据在该位置的偏离程度。

使用Matlab软件（源程序见附录二）最终找到的经度为 $107.81^\circ$ ，纬度为： $-1.93^\circ$ ，即 $107.81^\circ E, 1.93^\circ S$ 或经度为 $108.27^\circ$ 纬度为 $19.20^\circ$ ，即 $108.27^\circ E, 19.29^\circ N$ 。使用谷歌地图（网址：[www.google.cn/maps](http://www.google.cn/maps)）输入经纬度，得出附件1结论的具体地点第一个在南海，第二个在靠近海南省东方市的海上。具体位置示意图如下（图4，图5）

综上，模型应用于附件1的影子顶点坐标数据，定位到的可能地点为：东经 $107.81^\circ$ ，南纬 $1.93^\circ$ ；以及东经 $108.27^\circ$ ，北纬 $19.29^\circ$ 。

**Stage 2** 再考虑不给日期的情况，和stage1情况类似，第一步计算杆所在地的经度的近似值：先用Excel软件将各个时刻的影子顶点坐标转化成各个时刻的影长 $l$ ， $l = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。再使用Origin软件做出影子长度与时刻的关系曲线，用二次函数进行拟合出影子长度极小值点所在时刻，与正午12点进行对比，带入式(8)计算出所在经度的近似值。

带入附件2,3内数据，进行如上操作，得到Origin拟合图如下图（图6，图7）。附件2数据得到拟合出的二次函数为 $y = 0.09814x^2 - 2.98498x + 23.31918$ ，带入式(8),计算出所在经度为 $72^\circ$ 。附件3得到拟合出的二次函数为 $y = 0.29645x^2 - 7.55071x + 51.56396$ ，带入式(8),计算出所在经度为 $109.0^\circ$

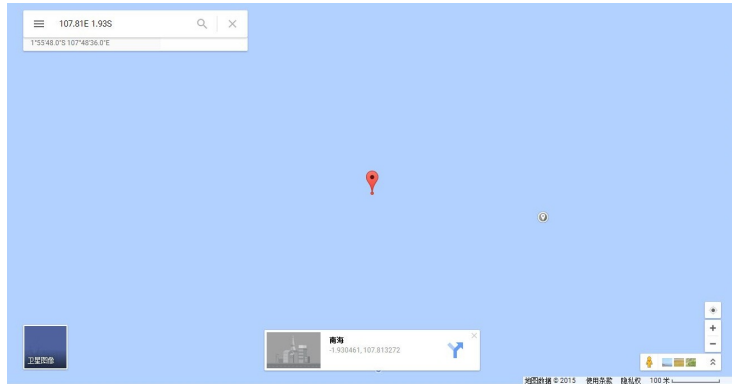


图 4: 附件1结果1地区示意图



图 5: 附件1结果2地区示意图

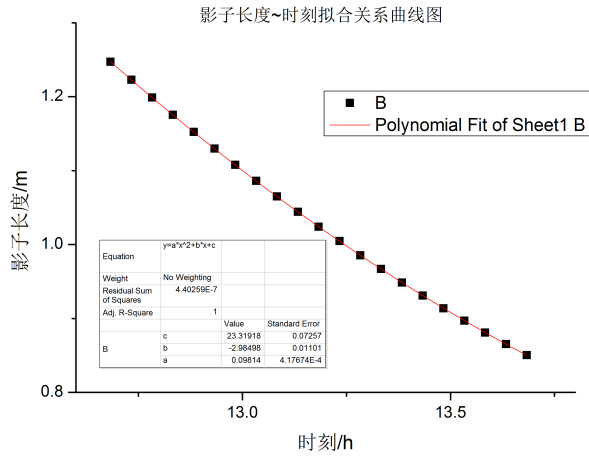


图 6: 附件2Origin拟合图

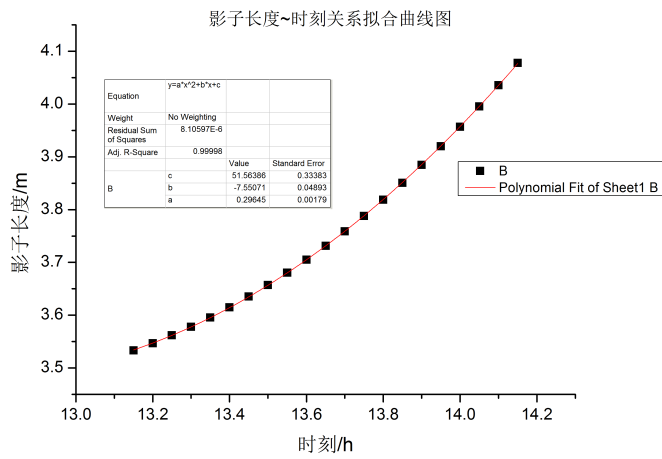


图 7: 附件3Origin拟合图

第二步修正杆所在地的经度并且计算出纬度和天数。方法同样采用枚举法，只是现在多了一个日期（天数）参数（如：1月1日表示为天数为1，1月2日表示为天数为2）。对经度，纬度和天数进行三维遍历，同上一步思路：在对经度、纬度进行遍历一遍之后再对天数进行一次遍历，找出极小值范围，再次进行索引，逐步逼近，确定出经度，纬度和天数。

带入附件2,3内数据，使用Matlab软件进行如上操作（源程序见附录三）。得到结论为附件2数据：天数为146，经度为79.68°，纬度为39.95°，即5月26日，79.68°E,39.95°N  
附件3数据：天数为19，经度为110.0°，纬度为28.7°，即1月19日，28.7°N，110.0°E。使用谷歌地图（网址：[www.google.cn/maps](http://www.google.cn/maps)）输入经纬度，得出附件2结论的具体地点为新疆省图木舒克市东和田河西处；附件3结论的具体地点为湖南省湘西土家族苗族自治州古丈县056乡道地图如下（图8，图9）

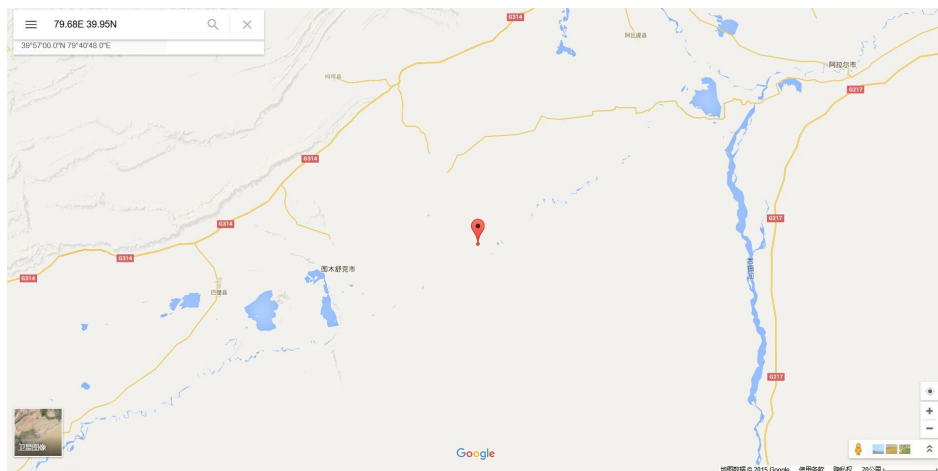


图 8: 附件2结果地区示意图

综上，模型应用于附件2的数据，得出可能地点和日期为：5月26日，79.68°E,39.95°N  
模型应用于附件3的数据，得出可能的地点和日期为：1月19日，28.7°N，110.0°E。

### 3 由影子变化视频定位

#### 3.1 问题转述

给定一根直杆在太阳下的影子变化的视频，并且已通过某种方式估计出直杆的高度为2米。现需要建立确定视频拍摄地点的数学模型，并应用该模型给出若干个可能的拍

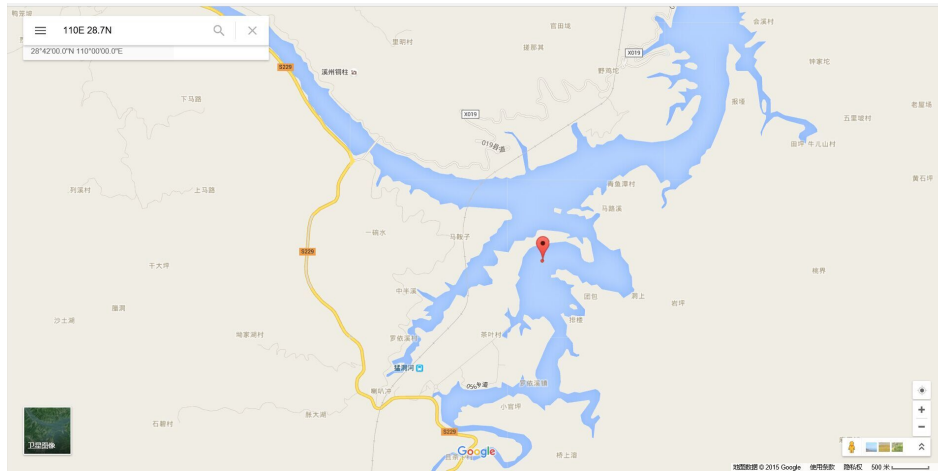


图 9: 附件3结果地区示意图

摄地点。再考虑如果拍摄日期未知，如何根据视频确定出拍摄地点与日期。

### 3.2 模型及算法

给定视频，视频里记录了40分钟的影子变化，并给定了北京时间的日期和时刻，与第二个问题的条件和要求一样，区别在于现在需要从视频中提取时刻和影子顶点的坐标的值。每分钟采一次数据，共得到41组数据（包含视频0分的时刻），再带入第二个问题stage1的情况，则得出杆拍摄的所在地的经度、纬度。

#### 3.2.1 提取数据

首先对视频进行处理。先使用Daum Potplayer软件对视频进行间隔1分钟的连续截图，共得到41张截图（见附录四）。对每张截图，用Photoshop软件中的直线工具和标尺工具，对图中的杆子长，影子长等数据进行测量，测量的结果如附录四所示。由于透视原理，我们延长图中地面上的两条直线所得的交点，即为图片的消灭点，对41张图片重复操作，对所得消灭点的坐标取平均，得到标准消灭点的坐标。根据平行透射的理论，将影长线段的两端分别与消灭点进行连接，从左侧顶点向右端引出地平线，与右端线段所交出的线段长度就是实际影子长的x方向的分量。之后再测出交点的纵向距离，乘以2就是实际影子长的y方向的分量。示意图如下（图10）。这样，我们就可以求出影子的实际长度，并与第二个问题stage2所建立的模型构成联系，并由此确定视频拍摄地的经度和纬度坐标。这里，我们使用的是平行投影，而拍摄机器事实上应该是一点透视，应该采用距点法分析，但是由于距点法分析模型比较复杂，而且与平行投射模型误差很小，所以我们采用平行透射模型。

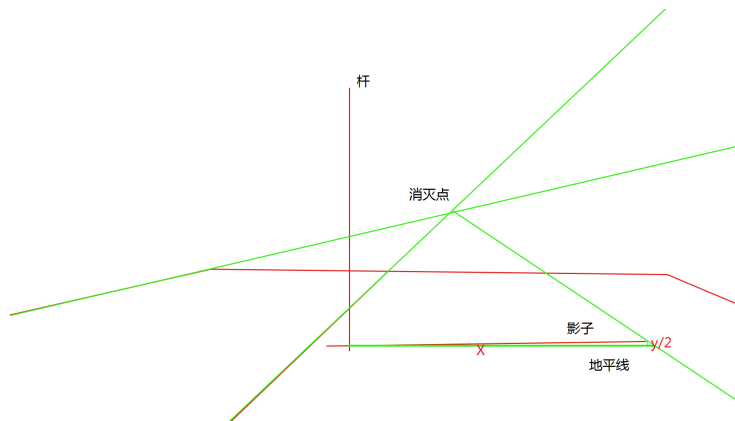


图 10: 平行投射示意图

### 3.2.2 计算位置

带入第二个问题stage2的程序，在细节上做少许改动（源程序见附录五），即可得出杆所在地的位置： $112^{\circ}E, 40.5^{\circ}N$ ，由谷歌地图（网址：[www.google.cn/maps](http://www.google.cn/maps)）查知，该地为呼和浩特南侧，地图如下（图11）：



图 11: 附件4结果地区示意图

### 3.3 讨论

若考虑视频中没有给日期的情况，则回到第二个问题stage2的情况，前面已经提取出了影子顶点坐标和时刻的关系，带入第二个问题stage2的模型、算法和程序，则可得出拍摄的日期、所在地经度和纬度。

## 4 模型优缺点评价

模型优点： 1.该模型的物理推导过程严谨翔实， 通过从极坐标系到赤道系再到黄道系的一系列坐标变换， 最后得到了可靠实用的太阳影长定位算法， 并成功将其应用到了2, 3, 4小问中， 得到了对应的日期与地点。 模型本身简洁易懂， 且易于使用， 误差也在一定的范围内。 2.该模型独立性强， 对其他的数据库依赖小， 只依赖Matlab基本功能和题目中给出的数据， 不用联网， 可离线运行， 且原理简洁明了， 物理原理坚实， 易于理解和执行。

模型缺点： 1.在模型的构造过程中， 我们使用了5条近似假设， 而且在实际计算中我们没有考虑大气折射率对于太阳光线的偏折影响， 在4小问视频的分析过程中Photoshop的标尺工具也会存在测量误差， 这些都会对最终模型的准确性产生一定的影响。 2.在模型的构造中， 所用的误差参数是两个方差的简单相乘， 这是我们临时构造的一个关系， 没有理论基础支撑， 也没有实验数据的支持。 由于这个原因， 我们的最终结果也出现了一定的偏差。 如果时间允许， 我们可以进一步探究两个参数如何组合能使得精度最大化， 并用第一问计算出来的数据进行检验， 进一步优化模型。

## 参考文献

- [1] Goldstein, H, . C. Poole and J. Safko, Classical Mechanics,3rd Edition,San Francisco:Addison Wesley, 2002。
- [2] 好搜百科， 夏至， <http://baike.haosou.com/doc/2443414-2582962.html>, 2015.9.11。
- [3] 郑鹏飞， 林大钧， 刘小羊， 吴志庭，《基于影子轨迹线反求采光效果的技术研究》，《华东理工大学学报（自然科学版）》， Vol . 36 No . 3 2010-06： 458页至463页， 2010。
- [4] 何援军，《透视和透视投影变换——论图形变换和投影的若干问题之三》，《计算机辅助设计与图形学学报》， Vol.17, No.4, Apr. , 2005:734页至739页， 2005

附录一： 第一个问题的Matlab源程序。

附录二： 第二个问题中处理附件1数据的Matlab的源程序。

附录三： 第三个问题中处理附件2, 3数据的Matlab的源程序。

附录四： 第四个问题中视频的数据在Excel软件里的处理过程和结果。

附录五： 第四个问题中处理附件4数据的Matlab的源程序。

## 附录 1

### 程序 1

```
function s=zizhuan(jing,wei,time)
%本程序计算由于自转产生的位置变化
%要求输入经纬度以度计算，时间为所在时区的时间，以距离午夜的秒数计
%北纬为正，南纬为负；东经为正，西经为负
jing=mod(jing+7.5,15)-7.5;%与所在时区本初子午线的距离
jing=jing+(time-43200)./240;%在 xoy 平面上的投影与 x 轴的夹角，即球极坐标的 fi 角
jing=jing./180.*pi;%matlab 里求角用的是弧度制
wei=90-wei;%转化为球极坐标里的 theta 角
wei=wei./180*pi;
s.loc=[sin(wei)*cos(jing);sin(wei)*sin(jing);cos(wei)];%该点在地球上位置的球极坐标表示
s.north=[-cos(wei)*cos(jing);-cos(wei)*sin(jing);sin(wei)];%“北”在哪
s.east=[-sin(jing);cos(jing);0];%“东”在哪
```

### 程序 2

```
function s=tsmtx(x,theta)
%本程序计算在已经计算过了自转引起的位置变化的基础上
%由于公转和黄赤交角引起的测量点坐标变化
%theta 是公转转过的角度
%x 是计算了自转之后的位置
%假定初始时刻是夏至（在其他程序中有体现）
i=(23+26/60)/180*pi;%黄赤交角
s1=[cos(i) 0 sin(i);0 1 0;-sin(i) 0 cos(i)];%黄赤交角转动阵
s=s1*x;
s2=[cos(theta) sin(theta) 0;-sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];%公转转阵
s=s2*s;
```

### 程序 3

%本程序是第一问的主程序，调节参数即可得到不同地方或时间的结果

```
year=2015;
month=10;
date=22;
jing=(29/60+23)/60+116;
wei=(26/60+54)/60+39;
length=3;
time=9:0.05:15;%以小时为单位
alpha=calctheta(year,month,date);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if month < 4 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif month > 8 & beta < 0
    beta=beta+pi;
end
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;%转换成以秒为单位
chang=size(t);
chang=chang(2);
for i=1:chang
    sm(i)=zizhuan(jing,wei,t(i));
    sm(i).loc=tsmtx(sm(i).loc,alpha);
    a=sm(i).loc;
    sm(i).north=tsmtx(sm(i).north,alpha);
    d=sm(i).north;
    sm(i).east=tsmtx(sm(i).east,alpha);
    e=sm(i).east;
    a(1)=-(a(2)^2+a(3)^2)/a(1);
    m(i)=normest(a)*length;
    b(i)=sum(a.*d);
    c(i)=sum(a.*e);
    %算出影子向北和向东的分量
end%计算每个时刻的方位
%这里矩阵重复计算了 61 次，可以通过让 tsmtx 函数输出矩阵来优化算法
plot(time,m,'.-');
%axis image
```

程序 4

```
function d=feb(yr)
n=mod(yr,400);
if ne(0,mod(yr,4))
    d=28;
elseif ne(0,mod(yr,100))
    d=29;
elseif ne(0,mod(yr,400))
    d=28;
else d=29;
end
```

程序 5

```
function day=dt(yr,mon,dat)
day=dat;
i=mon-1;
while i > 0
    switch i
        case 11
            day=day+30;
        case 10
            day=day+31;
        case 9
            day=day+30;
        case 8
            day=day+31;
        case 7
            day=day+31;
        case 6
            day=day+30;
        case 5
            day=day+31;
        case 4
            day=day+30;
        case 3
            day=day+31;
        case 2
            day=day+feb(yr);
        case 1
            day=day+31;
    end
    i=i-1;
end
```

程序 6

```
function y=calctheta(year,month,date)
%返回以弧度制计算的当天日地连线和夏至日连线的夹角
flag=1;
if eq(floor(year./100),19)
    c=22.20;
elseif eq(floor(year./100),20)
    c=21.37;
else fprintf('对不起，没有您输入的年份的夏至日期数据');
    flag=0;
end
ye=mod(year,100);
d=ye*0.2422+c-floor(mod(year,4));
if eq(year,1928)
    d=d+1;
end
%计算夏至日期，公式来自 http://baike.haosou.com/doc/2443414-2582962.html
da=dt(year,month,date)-dt(year,6,d);
if flag
    y=da./365.2422.*2*pi;
else y=100000;%用一个明显不可能的数据报错
end
```

## 附录 2

### 程序 1

```
function s=zizhuan(jing,wei,time)
%本程序计算由于自转产生的位置变化
%要求输入经纬度以度计算，时间为所在时区的时间，以距离午夜的秒数计
%北纬为正，南纬为负；东经为正，西经为负
jing=jing-120;%与 120° E 的精度差
jing=jing+(time-43200)./240;%在 xoy 平面上的投影与 x 轴的夹角，即球极坐标的 fi 角
jing=jing./180.*pi;%matlab 里求角用的是弧度制
wei=90-wei;%转化为球极坐标里的 theta 角
wei=wei./180*pi;
s.loc=[sin(wei)*cos(jing);sin(wei)*sin(jing);cos(wei)];%该点在地球上位置的球极坐标表示
s.north=[-cos(wei)*cos(jing);-cos(wei)*sin(jing);sin(wei)];%“北”在哪
s.east=[-sin(jing);cos(jing);0];%“东”在哪
```

### 程序 2

```
function y=variance(b,jing,wei,day)
%需要手动输入的数据：time
time=14.7:0:05:15.7;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    lng(i)=len(jing,wei,time(i),day);
end
y=0;
for i=1:k
    y=y+(lng(i)-b(i)).^2;
end
```

### 程序 3

```
function s=tsmtx(x,theta)
%本程序计算在已经计算过了自转引起的位置变化的基础上
%由于公转和黄赤交角引起的测量点坐标变化
%theta 是公转转过的角度
%x 是计算了自转之后的位置
%假定初始时刻是夏至（在其他程序中有体现）
i=(23+26/60)/180*pi;%黄赤交角
s1=[cos(i) 0 sin(i);0 1 0;-sin(i) 0 cos(i)];%黄赤交角转动阵
s3=s1*x;
s2=[cos(theta) sin(theta) 0;-sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];%公转转阵
s=s2*s3;
```

#### 程序 4

```
function [y,latitude,longtitude,mini]=q2()
```

%第二问主程序，将母文件夹程序全部拷入 matlab 目标文件夹，调节经纬度范围输入

```
“[y,latitude,longtitude,mini]=q2();”
```

%即可得到最小方差参数的经纬度和方差，之后逐步取精即可得到所求值

%需要手动录入的数据：jing，wei（逐步取精）

```
jing=100:0.5:120;
```

%上面的数据是由二次曲线顶点用 origin 算得经度大致范围（详见论文）

```
wei=0:1:80;
```

%上面的纬度范围是取的北半球，取南半球也可以再取一次

```
day=dt(4,18);
```

```
z=size(jing);
```

```
z=z(2);
```

```
a=size(wei);
```

```
a=a(2);
```

```
var=zeros(a,z);
```

```
A=importdata('appendix1.xls');
```

```
c=sqrt(A(:,1).^2+A(:,2).^2);
```

```
b=atan(A(:,1)./A(:,2));
```

```
min=Inf;
```

```
for k=1:z
```

```
    for i=1:a
```

```
        var(i,k)=variance(b,jing(k),wei(i),day)*10;
```

```
        var(i,k)=var(i,k)*variance(c,jing(k),wei(i),day)*10;
```

```
        if min > var(i,k)
```

```
            mk=k;
```

```
            mi=i;
```

```
            min=var(i,k);
```

```
%        elseif var(i,j) > 10
```

```
%            var(i,j) = 10;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
y=var;
```

```
latitude=jing(mk)
```

```
longtitude=wei(mi)
```

```
mini=min
```

#### 程序 5

```
function y=len(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day <90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
a(1)=-((a(2)^2+a(3)^2)/a(1));
y=sqrt(a(1)^2+a(2)^2+a(3)^2);
y=y*23.78;%杆子长度的相对值
```

#### 程序 6

```
function day=dt(mon,dat)
%默认是 2015 年的数据，在 2-4 问中都适用
day=dat;
i=mon-1;
while i > 0
    switch i
        case 11
            day=day+30;
        case 10
            day=day+31;
        case 9
            day=day+30;
        case 8
            day=day+31;
        case 7
            day=day+31;
        case 6
            day=day+30;
        case 5
```

```

        day=day+31;
    case 4
        day=day+30;
    case 3
        day=day+31;
    case 2
        day=day+28;
    case 1
        day=day+31;
    end
    i=i-1;
end

```

#### 程序 7

```

function y=calctheta(day)
%返回以弧度制计算的当天日地连线和夏至日连线的夹角
%默认 2015 年
d=15*0.2422+21.37-3;
%计算夏至日期
%公式来自 http://baike.haosou.com/doc/2443414-2582962.html
%已经做了一定的心算简化
da=day-dt(6,d);
y=da./365.2422.*2*pi;

```

#### 程序 8

```

function y = anglevariance(b,jing,wei,day)
%需要手动录入的数据: time
time=14.7:0.05:15.7;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    ang(i)=angle(jing,wei,time(i),day);
end
b=b-b(1);
ang=ang-ang(1);
y1=0;
y2=0;
for i=1:k
    y1=y1+(ang(i)-b(i)).^2;
    y2=y2+(ang(i)+b(i)).^2;
end

```

```

end
if y1 > y2
    x=y2;
else
    x=y1;
end
y=x;

```

程序 9

```

function y=angle(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day <90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
sm.north=tsmtx(sm.north,alpha);
d=sm.north;
sm.east=tsmtx(sm.east,alpha);
e=sm.east;
a(1)=-((a(2)^2+a(3)^2)/a(1));
m=dot(a,d);
n=dot(a,e);
y=atan(m/n);

```

## 附录 3

### 程序 1

```
function s=zizhuan(jing,wei,time)
%本程序计算由于自转产生的位置变化
%要求输入经纬度以度计算，时间为所在时区的时间，以距离午夜的秒数计
%北纬为正，南纬为负；东经为正，西经为负
jing=jing-120;%与 120° E 的精度差
jing=jing+(time-43200)./240;%在 xoy 平面上的投影与 x 轴的夹角，即球极坐标的 fi 角
jing=jing./180.*pi;%matlab 里求角用的是弧度制
wei=90-wei;%转化为球极坐标里的 theta 角
wei=wei./180*pi;
s.loc=[sin(wei)*cos(jing);sin(wei)*sin(jing);cos(wei)];%该点在地球上位置的球极坐标表示
s.north=[-cos(wei)*cos(jing);-cos(wei)*sin(jing);sin(wei)];%“北”在哪
s.east=[-sin(jing);cos(jing);0];%“东”在哪
```

### 程序 2

```
function y=variance(b,jing,wei,day)
%需要手动输入的数据：time
time=13.15:0.05:14.15;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    lng(i)=len(jing,wei,time(i),day);
end
b=b.*(lng(1)/b(1));
y=0;
for i=1:k
    y=y+(lng(i)-b(i)).^2;
end
```

### 程序 3

```
function y=var()
jing=109.0;
%由二次曲线顶点用 origin 算得经度（详见论文）
wei=-80:1:80;
day=1:1:365;
a=size(wei);
a=a(2);
d=size(day);
d=d(2);
var=zeros(a,d);
```

```

S=importdata('appendix3.xls');
A=S.Sheet1;
b=sqrt(A(:,1).^2+A(:,2).^2);
B=b(1)^2;
min=Inf;
max=0;
for i=1:a
    for j=1:d
        var(i,j)=variance(b,jing,wei(i),day(j))*10/B;
        xx(i,j)=j;
        yy(i,j)=i;
        if min > var(i,j)
            mi=i;
            mj=j;
            min=var(i,j);
        elseif var(i,j) > 1
            var(i,j) = 1;
        end
    end
end
end
y=var;
%plot3(xx,yy,var)
%min,mi,mj,fprintf('wei'),wei(mi),fprintf('day'),day(mj)
%fprintf('\n');
%max,wei(mai),day(maj)

```

#### 程序 4

```

function s=tsmtx(x,theta)
%本程序计算在已经计算过了自转引起的位置变化的基础上
%由于公转和黄赤交角引起的测量点坐标变化
%theta 是公转转过的角度
%x 是计算了自转之后的位置
%假定初始时刻是夏至（在其他程序中有体现）
i=(23+26/60)/180*pi;%黄赤交角
s1=[cos(i) 0 sin(i);0 1 0;-sin(i) 0 cos(i)];%黄赤交角转动阵
s3=s1*x;
s2=[cos(theta) sin(theta) 0;-sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];%公转转阵
s=s2*s3;

```

程序 5

```
function [y,latitude,longtitude,date,mini]=q3()
```

%本程序是第三问的主程序，将文件导入 matlab 目标文件夹中，在主界面中输入“[y,latitude,longtitude,date,mini]=avar();”，即可在屏幕上见到输出的经纬度日期和最小方差（就是那个乘积），

%并可将来方差参数数据输入 y 矩阵中以便查阅。

%需要手动录入的数据：jing, wei,day（逐步取精）

```
jing=100:1:120;
```

%由二次曲线顶点用 origin 算得经度大致范围（详见论文）

```
wei=0:2:80;
```

```
day=5:5:365;
```

```
day=mod(day,365);
```

```
z=size(jing);
```

```
z=z(2);
```

```
a=size(wei);
```

```
a=a(2);
```

```
d=size(day);
```

```
d=d(2);
```

```
var=zeros(a,d,k);
```

```
S=importdata('appendix3.xls');
```

```
A=S.Sheet1;
```

```
c=sqrt(A(:,1).^2+A(:,2).^2);
```

```
b=atan(A(:,1)./A(:,2));
```

```
min=Inf;
```

```
for k=1:z
```

```
for i=1:a
```

```
for j=1:d
```

```
var(i,j,k)=variance(b,jing(k),wei(i),day(j))*10;
```

```
var(i,j,k)=var(i,j,k)*variance(c,jing(k),wei(i),day(j))*10;
```

```
if min > var(i,j,k)
```

```
mk=k;
```

```
mi=i;
```

```
mj=j;
```

```
min=var(i,j,k);
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
y=var;
```

```
latitude=jing(mk)
```

```
longtitude=wei(mi)
```

```
date=day(mj)
```

```
mini=min
```

程序 6

```
function y=len(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day <90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
a(1)=-((a(2)^2+a(3)^2)/a(1));
y=sqrt(a(1)^2+a(2)^2+a(3)^2);
```

程序 7

```
function day=dt(mon,dat)
day=dat;
i=mon-1;
while i > 0
    switch i
        case 11
            day=day+30;
        case 10
            day=day+31;
        case 9
            day=day+30;
        case 8
            day=day+31;
        case 7
            day=day+31;
        case 6
            day=day+30;
        case 5
            day=day+31;
        case 4
```

```

        day=day+30;
    case 3
        day=day+31;
    case 2
        day=day+28;
    case 1
        day=day+31;
    end
    i=i-1;
end

```

#### 程序 8

```

function y=calctheta(day)
%返回以弧度制计算的当天日地连线和夏至日连线的夹角
%默认 2015 年
d=15*0.2422+21.37-3;
%计算夏至日期
%公式来自 http://baike.haosou.com/doc/2443414-2582962.html
%已经做了一定的心算简化
da=day-dt(6,d);
y=da./365.2422.*2*pi;

```

#### 程序 9

```

function y = anglevariance(b,jing,wei,day)
%需要手动录入的数据: time
time=13.15:0.05:14.15;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    ang(i)=angle(jing,wei,time(i),day);
end
b=b-b(1);
ang=ang-ang(1);
y1=0;
y2=0;
for i=1:k
    y1=y1+(ang(i)-b(i)).^2;
    y2=y2+(ang(i)+b(i)).^2;
end
if y1 > y2
    x=y2;
else

```

```
    x=y1;
end
y=x;
```

程序 10

```
function y=angle(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day <90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
sm.north=tsmtx(sm.north,alpha);
d=sm.north;
sm.east=tsmtx(sm.east,alpha);
e=sm.east;
a(1)=-((a(2)^2+a(3)^2)/a(1));
m=dot(a,d);
n=dot(a,e);
y=atan(m/n);
```

## 附录4

时间	左端点x坐标	左端点y坐标	右端点x坐标	右端点y坐标
8:54:08	31.5		31	59
8:55:08	31.5		31	58
8:56:08	31.5		31	58.8
8:57:08	31.5		31	58.6
8:58:08	31.5		31	58.5
8:59:08	31.5		31	58.4
9:00:08	31.5		31	58
9:01:08	31.5		31	58
9:02:08	31.5		31	57.8
9:03:08	31.5		31	57.5
9:04:08	31.5		31	57.5
9:05:08	31.5		31	57.3
9:06:08	31.5		31	57.1
9:07:08	31.5		31	57
9:08:08	31.5		31	56.6
9:09:08	31.5		31	56.5
9:10:08	31.5		31	56.3
9:11:08	31.5		31	56.2
9:12:08	31.5		31	56
9:13:08	31.5		31	56.1
9:14:08	31.5		31	55.9
9:15:08	31.5		31	55.5
9:16:08	31.5		31	55.5
9:17:08	31.5		31	55.5
9:18:08	31.5		31	55
9:19:08	31.5		31	55
9:20:08	31.5		31	54.7
9:21:08	31.5		31	54.7
9:22:08	31.5		31	54.5
9:23:08	31.5		31	54.5
9:24:08	31.5		31	54.2
9:25:08	31.5		31	54.1
9:26:08	31.5		31	53.8
9:27:08	31.5		31	53.7
9:28:08	31.5		31	53.5
9:29:08	31.5		31	53.5
9:30:08	31.5		31	53.2
9:31:08	31.5		31	53.1
9:32:08	31.5		31	53
9:33:08	31.5		31	52.7
9:34:08	31.5		31	52.7

右端点y坐标	灭点x坐标	灭点y坐标	平均灭点x坐标	平均灭点y坐标
30.5	41.7	19	41.034	18.639
30.6	40.6	18.9	41.034	18.639
30.6	40.5	18.9	41.034	18.639
30.6	41	18.5	41.034	18.639
30.6	40.5	18.9	41.034	18.639
30.6	40.5	18.9	41.034	18.639
30.8	40.8	18.8	41.034	18.639
30.6	40.5	18.5	41.034	18.639
30.7	40.8	18.9	41.034	18.639
30.8	41.5	18.4	41.034	18.639
30.8	41.6	18.3	41.034	18.639
30.9	41.2	18.4	41.034	18.639
30.9	41.2	18.8	41.034	18.639
30.8	41.2	18.7	41.034	18.639
30.9	41.2	18.9	41.034	18.639
30.9	41.4	18.4	41.034	18.639
30.9	41	18.7	41.034	18.639
30.9	41.2	18.8	41.034	18.639
31	41.5	18	41.034	18.639
31	41	18.8	41.034	18.639
31	40.7	19	41.034	18.639
31	40.5	19	41.034	18.639
31	41	18.5	41.034	18.639
31	41	18.5	41.034	18.639
31	41	18.8	41.034	18.639
31	41	18.6	41.034	18.639
31.1	41	18.8	41.034	18.639
31.1	41	19	41.034	18.639
31	41.4	18.6	41.034	18.639
31	41	18.3	41.034	18.639
31.1	41	18.7	41.034	18.639
31	41.3	18.6	41.034	18.639
31.1	41.3	18.5	41.034	18.639
31.2	41.4	17.8	41.034	18.639
31	41	18.5	41.034	18.639
31	40.5	19.1	41.034	18.639
31.2	41.3	18.3	41.034	18.639
31.1	41.2	18.3	41.034	18.639
31.1	40.7	18.8	41.034	18.639
31.1	41.2	18.5	41.034	18.639
31.2	41	18.5	41.034	18.639

## 附录 5

### 程序 1

```
function s=zizhuan(jing,wei,time)
%本程序计算由于自转产生的位置变化
%要求输入经纬度以度计算，时间为所在时区的时间，以距离午夜的秒数计
%北纬为正，南纬为负；东经为正，西经为负
jing=jing-120;%与 120° E 的精度差
jing=jing+(time-43200)./240;%在 xoy 平面上的投影与 x 轴的夹角，即球极坐标的 fi 角
jing=jing./180.*pi;%matlab 里求角用的是弧度制
wei=90-wei;%转化为球极坐标里的 theta 角
wei=wei./180*pi;
s.loc=[sin(wei)*cos(jing);sin(wei)*sin(jing);cos(wei)];%该点在地球上位置的球极坐标表示
s.north=[-cos(wei)*cos(jing);-cos(wei)*sin(jing);sin(wei)];%“北”在哪
s.east=[-sin(jing);cos(jing);0];%“东”在哪
```

### 程序 2

```
function y=variance(b,jing,wei,day)
%需要手动输入的数据：time
time=32048/3600:1/60:34448/3600;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    lng(i)=len(jing,wei,time(i),day);
end
y=0;
for i=1:k
    y=y+(lng(i)-b(i)).^2;
end
```

### 程序 3

```
function y=var()
jing=109.0;
%由二次曲线顶点用 origin 算得经度（详见论文）
wei=-80:1:80;
day=1:1:365;
a=size(wei);
a=a(2);
d=size(day);
d=d(2);
var=zeros(a,d);
S=importdata('appendix3.xls');
```

```

A=S.Sheet1;
b=sqrt(A(:,1).^2+A(:,2).^2);
B=b(1)^2;
min=Inf;
max=0;
for i=1:a
    for j=1:d
        var(i,j)=variance(b,jing,wei(i),day(j))*10/B;
        xx(i,j)=j;
        yy(i,j)=i;
        if min > var(i,j)
            mi=i;
            mj=j;
            min=var(i,j);
        elseif var(i,j) > 1
            var(i,j) = 1;
        end
    end
end
y=var;
%plot3(xx,yy,var)
%min,mi,mj,fprintf('wei'),wei(mi),fprintf('day'),day(mj)
%fprintf('\n');
%max,wei(mai),day(maj)

```

#### 程序 4

```

function s=tsmtx(x,theta)
%本程序计算在已经计算过了自转引起的位置变化的基础上
%由于公转和黄赤交角引起的测量点坐标变化
%theta 是公转转过的角度
%x 是计算了自转之后的位置
%假定初始时刻是夏至（在其他程序中有体现）
i=(23+26/60)/180*pi;%黄赤交角
s1=[cos(i) 0 sin(i);0 1 0;-sin(i) 0 cos(i)];%黄赤交角转动阵
s3=s1*x;
s2=[cos(theta) sin(theta) 0;-sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];%公转转动阵
s=s2*s3;

```

#### 程序 5

```

function [y,latitude,longtitude,mini]=q4()
%第四问主程序，将母文件夹程序全部拷入 matlab 目标文件夹，调节经纬度范围输入
“[y,latitude,longtitude,mini]=q2();”

```

%即可得到最小方差参数的经纬度和方差，之后逐步取精即可得到所求值

%需要手动录入的数据：jing,wei（逐步取精）

```
jing=75:0.5:135;
%经纬度在中国境内
wei=5:0.5:55;
day=194;
z=size(jing);
z=z(2);
a=size(wei);
a=a(2);
var=zeros(a,z);
A=graphics();
c=sqrt(A(:,1).^2+A(:,2).^2);
b=atan(A(:,1)./A(:,2));
min=Inf;
for k=1:z
    for i=1:a
        var(i,k)=variance(b,jing(k),wei(i),day)*10;
        var(i,k)=var(i,k)*variance(c,jing(k),wei(i),day)*10;
        if min > var(i,k)
            mk=k;
            mi=i;
            min=var(i,k);
        end
    end
end
end
y=var;
latitude=jing(mk)
longitude=wei(mi)
mini=min
```

程序 6

```
function y=len(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day < 90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
```

```

%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
a(1)=-(a(2)^2+a(3)^2)/a(1);
y=sqrt(a(1)^2+a(2)^2+a(3)^2);
y=y*23.78;%杆子长度的相对值

```

程序 7

```

function y=graphics()
s=importdata('appendix4.xls');
%第四问中坐标均为相对值
rx=31.5;
ry=31;
%基座（理论上的）坐标
mx=41.034;
my=18.639;
%灭点坐标
%均为实测之后取平均所得的值
mx=mx-rx;
my=my-ry;
s(:,1)=s(:,1)-rx;
s(:,2)=s(:,2)-ry;
s(:,1)=rx+(s(:,1)-rx)./(ry-s(:,2)).*ry;
s(:,2)=s(:,2).*2;
y=s;

```

程序 8

```

function day=dt(mon,dat)
day=dat;
i=mon-1;
while i > 0
    switch i
        case 11
            day=day+30;
        case 10
            day=day+31;
        case 9
            day=day+30;
    end
end

```

```

        case 8
            day=day+31;
        case 7
            day=day+31;
        case 6
            day=day+30;
        case 5
            day=day+31;
        case 4
            day=day+30;
        case 3
            day=day+31;
        case 2
            day=day+28;
        case 1
            day=day+31;
    end
    i=i-1;
end

```

#### 程序 9

```

function y=calctheta(day)
%返回以弧度制计算的当天日地连线和夏至日连线的夹角
%默认 2015 年
d=15*0.2422+21.37-3;
%计算夏至日期
%公式来自 http://baike.haosou.com/doc/2443414-2582962.html
%已经做了一定的心算简化
da=day-dt(6,d);
y=da./365.2422.*2*pi;

```

#### 程序 10

```

function y = anglevariance(b,jing,wei,day)
%需要手动录入的数据: time
time=32048/3600:1/60:34448;
k=size(time);
k=k(2);
for i=1:k
    ang(i)=angle(jing,wei,time(i),day);
end
b=b-b(1);
ang=ang-ang(1);

```

```

y1=0;
y2=0;
for i=1:k
    y1=y1+(ang(i)-b(i)).^2;
    y2=y2+(ang(i)+b(i)).^2;
end
if y1 > y2
    x=y2;
else
    x=y1;
end
y=x;

```

#### 程序 11

```

function y=angle(jing,wei,time,day)
%时间以小时计
alpha=calctheta(day);
m=cos(alpha)*cos((23+26/60)*pi/180);
n=sin(alpha);
beta=atan(n/m);
if day <90 & beta > 0
    beta=beta-pi;
elseif or(day > 260 & beta < 0, day>340)
    beta=beta+pi;
end
%调节 beta 的象限
temp=beta*12/pi;
t=time+temp;
t=t*3600;
sm=zizhuan(jing,wei,t);
sm.loc=tsmtx(sm.loc,alpha);
a=sm.loc;
sm.north=tsmtx(sm.north,alpha);
d=sm.north;
sm.east=tsmtx(sm.east,alpha);
e=sm.east;
a(1)=-(a(2)^2+a(3)^2)/a(1);
m=dot(a,d);
n=dot(a,e);
y=atan(m/n);

```