

“互联网+”时代的出租车资源配置优化研究——以上海市为例

摘 要

本文针对“互联网+”时代的出租车资源配置问题，以上海市为研究对象，使用层次分析、熵值、解释结构模型、多目标规划等方法，综合分析了影响出租车资源“供求匹配”程度的相关指标和互联网时代各出租车补贴方案，分别构建 AHP-熵值赋权模型、ISM 解释结构模型、多目标规划模型，使用 MATLAB、EXCEL 等软件编程，阐述了上海市出租车资源在不同时空的“供求匹配”程度，得出了出租车补贴方案有助于“缓解打车难”的结论，并且根据所得结论设计了新的打车软件补贴方案，充分论证了所设计方案的合理性和可操作性。

针对问题一要求，本文首先以上海市为城市代表，选取出租车运营数、被抢单时间、人口密度、街区面积、乘车价格为衡量出租车资源供求匹配程度的指标；其次，结合主、客观赋权法，建立 AHP-熵值赋权模型对各指标进行定量赋权；然后，对各指标赋权求和计算出不同时空出租车资源的“供求匹配”程度；最后，运用 EXCEL 可视化工具以及三次样条插值分析上海市不同时空的出租车资源的“供求匹配”程度，得出虹口区的出租车资源供求匹配程度位居第一和上海市出租车供求匹配度在凌晨零点至六点逐步降低并且在六点达到供求匹配最小值等结论。

针对问题二要求，为了解各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助，首先找出各打车软件公司分别针对司机和乘客的补贴方案，结合问题一中影响出租车资源的“供求匹配”程度的指标，依次列举出影响出租车打车难易程度的因素；其次，构建 ISM 解释结构模型，分析这些因素之间的内在联系，得出乘客返现补贴和司机高峰加价补贴能有效缓解出租车打车难的结论。

针对问题三要求，本文主要以优化出租车资源配置，缓解出租车“打车难”为目标，设计合理的出租车补贴方案。首先，根据问题一和问题二的分析结果，论证能够有效缓解“打车难”的主要因素；其次，分别从乘客和司机的角度出发，提出相应的补贴方案；最后，通过构造多目标规划模型，得出新的补贴方案能够同时实现出租车司机和乘客补贴最大化，有利于减少乘客等车时间、降低出租车空载率、拒载率，能有效提高出租车资源“供求匹配”程度，缓解出租车“打车难”的问题。

本文结合了主客观权重确定方法，分别对层次分析法和 ISM 解释结构模型进行改进，给出了较为完善的指标权重确定方法，通过多种方法结合，较好地解决了上海市“互联网+”时代的出租车资源配置问题。在本文后续也对模型进行了误差分析与稳健型分析，综合评价了模型的优缺点，并对模型做出了横向的推广和纵向的改进，分析了文中所建模型在其他领域的适用性。

关键词：出租车供求匹配；缓解打车难；AHP-熵权；ISM 解释结构模型；多目标规划；MATLAB

§1 问题的重述

一、背景知识

1. 总背景介绍

随着现代社会的生活节奏越来越快，人们愈发偏好于那些可以快速解决问题、满足自身需求的方法，因此，打车逐渐成了人们出行的首选交通方式之一，而出租车的需求量也随之不断变大，从而很多地方相继出现了打车难的问题。为了缓解打车难的问题，多家公司基于互联网建立了以滴滴快的为代表的打车软件服务平台，为人们提供在线叫车、提前订车等业务，为人们出行提供了极大的便利。

互联网又叫做网际网路，是一种覆盖了全球范围的交互性的网络系统，一般我们所谓的上网即是指接入互联网或者其中的小部分。通过互联网我们可以实现即时通讯、社交、网上购物、资源共享等一系列活动。“互联网+”——一种新新的经济形态，主要是以云计算、大数据和物联网为主要支撑，同时结合现代制造业与生产性服务业，充分发挥互联网在配置资源过程中的优化集成作用，进行融合创新并灵活运用于经济社会的各个领域。互联网+自身具有十分鲜明的特色，跨界融合、创新驱动、重塑结构、尊重人性、开放生态和连接一切是它的六大特征。互联网+在工业、金融、商贸、通信、交通、民生、旅游、医疗、教育、政务、农业等各行各业都有广泛的应用，这也充分表明了互联网+在未来强势的发展前景。

2. 问题的产生

由于出租车方便快捷、迅速直达、舒适安全、服务面广等特点，受到了越来越多的民众的青睐，逐步发展成为城市中不可或缺的一种出行方式，同时也变成了城市现代化水平的一种标志。然而，伴随着出租车需求量的大幅提高，随之而来的是一系列的问题，其中最显著的问题就是打车难。无论是在发达的大城市，还是在一般的中小城市，出行者都反应经常会打不到车，每次打车都要等很久，这无疑会使原本方便快捷的出租车反而变成了影响出行的因素。通过调查我们发现，尤其是在一些城市中心繁华地段及娱乐商业区，或者是在上下班的高峰期，城市里的出租车数量会明显减少，而需要打车的人恰恰是最多的，自然就会出现打车难的问题，这一结果与我们之前查阅资料得到的出租车司机由于高峰期或高峰地段道路拥堵、出车反而赔钱、容易出事故等种种原因，选择在高峰期休息的情况相符合，因而我们不难看出，打车难绝不仅仅是简单的增加车辆数目就可以解决的。

3. 已有的对策

我们通过查阅相关的新闻报道和相关资料发现，政府早已经意识到存在打车困难的问题，也尝试着做了一些政策上的调整。例如在最开始出租车行业发展初期，调整出租车个人私营变为公司制运营，使出租车运营规范规模化；在发现出租车的各种费用负担过重时，及时出台相关文件，调整出租车行业的收费来缓解司机的压力，以此来鼓励司机出车，避免出租车过少而出现打车难的问题。到了现在网络发达的时代，一些公司为了缓解打车难的问题，依托于网络建立了叫车服务平台，给人们提供更加便捷的叫车服务，也在一定程度上提高了出租车司机的载客效率，降低了空载率，让出行的人们有车坐，司机们有客载，这无疑缓解了打车难的问题。然而一些专业人员研究发现，现在已经存在的对策只能在一定程度上缓解打车难的问题，出租车资源的配置效率仍然是处于较低的阶段，对于出租车的“供”和“需”不匹配的情况也是现在出租车行业的常态。

二、相关资料

1. 滴滴快的智能出行平台，是滴滴快的的实时监测系统，通过该系统，我们可以查看出租车的分布、打车的难易程度、打车的需求和抢单时，甚至可以查看乘客的运行轨迹。（详见网址链接 <http://v.kuaidadi.com/>）；

2. 2014 年上海市统计年鉴(2013 年各行政区的人口密度)。

三、要解决的问题

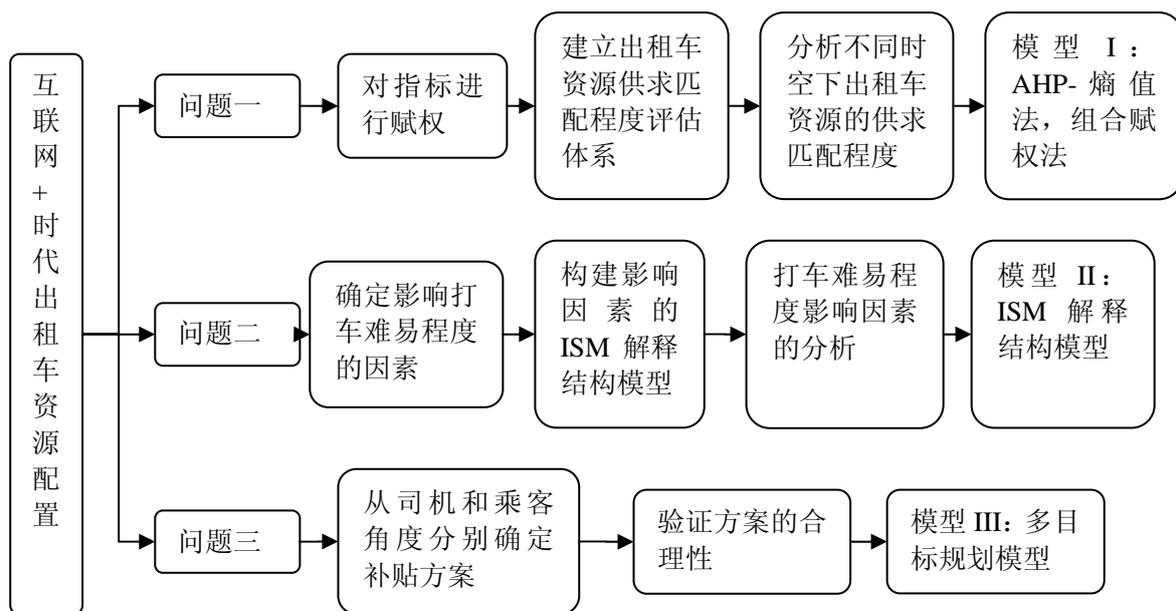
1. **问题一**选取影响供求匹配程度的因素，建立合理的指标，并分析在不同的时空条件下出租车资源的“供求匹配”程度；

2. **问题二**查找各公司的出租车补贴方案，并分析这些补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助；

3. **问题三**假设现在要创建一个全新的叫车软件服务平台，结合前面研究的结论，设计更加有效的补贴方案，并论证其合理性。

§ 2 问题的分析

一、问题的总分析



二、对具体问题的分析

1. 对问题一的分析

本题要求我们合理选取影响因素，并建立评价指标，分析在不同时空条件出租车资源供求匹配的程度。考虑到出租车供求匹配程度每个城市都有一定的差异，为了使研究个更加具有针对性，本文选取上海作为城市代表，通过分析上海不同时空出租车资源的“供求匹配”程度，提供一种评估出租车供求匹配程度的方法。首先，由于同一城市很多参数保持不变，考虑到时间和空间的影响，选取运营车数、被抢单时间、街区面积、乘车价格及人口密度等十个指标；其次结合主、客观赋权法，运用 AHP-熵值赋权模型对各指标进行定量赋权；然后，根据各指标权重，通过对各指标赋权求和计算出不同

空出租车资源的“供求匹配”程度；最后，运用 EXCEL 可视化不同地区不同时间的出租车资源的“供求匹配”程度，分析不同地区的供求匹配度，再运用三次样条插值分析出租车资源的“供求匹配”程度时间分布模型，阐述上海不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。

2. 对问题二的分析

本题要求我们首先了解现有的各公司的补贴方案，然后在此基础上，分析这些方案对于缓解打车难是否真的有帮助。为了解各公司的出租车补贴方案，首先通过资源检索找出各打车软件公司分别针对司机和乘客的出租车补贴方案，然后列举影响出租车打车难易程度的因素，通过建立邻接矩阵、可达矩阵、骨架矩阵等，构建 ISM 解释结构模型，分析这些因素之间的内在联系，进而可以对出租车补贴方案是否能缓解“打车难”作出评判。

3. 对问题三的分析

本题要求我们在假设的情况下，设计出一种更加合理有效的补贴方案，并且论证方案的合理性。针对本题的要求，本文主要从优化出租车资源配置，缓解出租车“打车难”的角度出发，设计合理的出租车补贴方案。根据第二问的求解结果可知，乘客返现补贴和出租车高峰加价补贴是能够有效缓解“打车难”的主要因素，出租车接单补贴、司机短途订单补贴均在一定程度上缓解了“打车难”。考虑到这些结果，本文针对乘客和司机分别建立相应的补贴方案，旨在提高出租车司机出车载客的积极性，提高乘客使用软件打车的积极性，以期达到缓解“打车难”的目的。针对设计的新型打车软件补贴方案，通过构造多目标规划模型，以是否实现出租车司机和乘客补贴最大化来论证该补贴方案的合理性。

§3 模型的假设

1. 假设我们搜集整理的数据都是真实有效的；
2. 假设除我们选取的因素以外，其余影响因素的影响效果可以忽略不计；
3. 假设智能出行平台显示的出租车分布数量即为该地区实际出租车数；
4. 假设乘客每月均向打车账户中存款。

§4 名词解释与符号说明

一、名词解释

1. 互联网+: “互联网+”是创新 2.0 下的互联网发展新形态、新业态，是知识社会创新 2.0 推动下的互联网形态演进及其催生的经济社会发展新形态。“互联网+”是互联网思维的进一步实践成果，它代表一种先进的生产力，推动经济形态不断的发生演变。从而带动社会经济实体的生命力，为改革、创新、发展提供广阔的网络平台。^[1]

2. 邻接矩阵: 逻辑结构分为两部分： V 和 E 的集合。因此，用一个一维数组存放图中所有顶点数据；用一个二维数组存放顶点间关系（边或弧）的数据，这个二维数组称为邻接矩阵。邻接矩阵又分为有向图邻接矩阵和无向图邻接矩阵。^[2]

3. 出租车补贴方案: 打车软件公司为了鼓励市民使用叫车软件叫车和司机使用软件接单，而推行的在经济效益上有优惠的措施，例如返现，减免部分乘车费用等。

二、主要符号说明

序号	符号	符号说明
1	X_i	层次分析法准则层指标
2	Y_i	层次分析法方案层为各影响指标
3	A	模糊判断矩阵
4	λ	模糊判断矩阵最大的特征值
5	CR	一致性比率
6	w_i	各指标最终权重
7	V	邻接矩阵
8	T	可达矩阵
9	F_i	打车难易程度影响因素
10	Y	有效接单数
11	Z	出租车司机接单补贴
12	d	出租车司机平均每天接单数
13	α_i	出租车司机对四种不同类型订单的意愿接单水平
14	m	乘客每月向打车软件账户的存款金额
15	m'	出租车公司给乘客的存款补贴金额

§5 模型的建立与求解

一、问题一的分析与求解

1. 对问题的分析

考虑到出租车供求匹配程度主要是以城市为个体，为不同城市的出租车政策优化提供参考，本文选取上海作为城市代表，通过分析上海不同时空出租车资源的“供求匹配”程度，提供一种不同时空出租车资源的“供求匹配”程度的评估方法。首先，由于同一城市很多参数保持不变，考虑到时间和空间的影响，选取运营车数、被抢单时间、街区面积、乘车价格及人口密度等十个指标；其次结合主、客观赋权法，运用 AHP-熵值赋权模型对各指标进行定量赋权；然后，根据各指标权重，通过对各指标赋权求和计算出不同时空出租车资源的“供求匹配”程度；最后，运用 EXCEL 可视化不同地区不同时间的出租车资源的“供求匹配”程度，分析不同地区的供求匹配度，再运用三次样条插值分析出租车资源的“供求匹配”程度时间分布模型，阐述上海不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。

2. 对问题的求解

模型 I AHP-熵值赋权模型

(1)模型的准备

①出租车资源“供求匹配”程度评估体系的建立

本文构建的指标体系旨在充分评估出租车资源“供求匹配”程度，以时间和空间的差异性为出发点，考虑到指标的可行性及重要性，从出租车供给影响、需求影响、经济影响三个研究层面，选取10个指标，设计了如图1所示的评估体系。

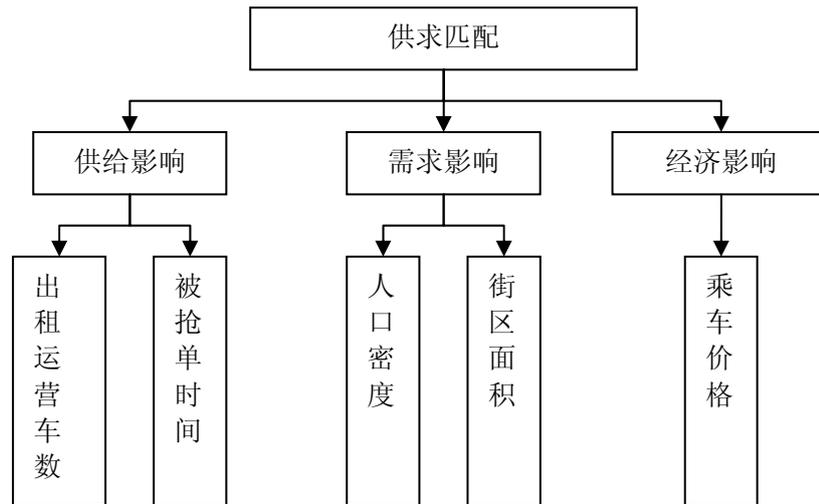


图1 出租车资源“供求匹配”程度评估体系

②赋权方法的确立

确定指标权重的方法有很多，可分为主观赋权法和客观赋权法两大类，其中主观赋权法有特尔斐法、层次分析法等，客观赋权法有变异系数法、熵值法、特征向量法等。运用主观赋权法确定各指标权重时，求解结果在一定程度上会受到主观因素影响而形成一些偏差。为了尽量消除该方法所形成的偏差对评估结果的影响，本文将这两大类赋权法相结合，使所确定的权重同时体现主观信息和客观信息。本文采用层次分析法结合熵权法分别确定出租车资源“供求匹配”程度评估体系权重，再通过组合赋权法，得到各指标的最终权重，从而使评估结果更加符合实际。

(2)模型的建立

①客观权重的确定——层次分析法

层次分析法（AHP）是将与决策总是有关的元素分解成目标、准则、方案等层次，在此基础上进行定性和定量分析的决策方法。^[3]本文根据图1所示，建立出租车资源“供求匹配”程度的递阶层次结构。其中目标层为“供求匹配”评估；准则层为供给影响、需求影响、经济影响，分别用 x_1, x_2, x_3 表示；方案层为各影响指标，从左往右分别记为 y_1, y_2, \dots, y_{10} 。

第一步：构造模糊判断矩阵。

在建立递阶层次结构后，上下层元素间的隶属关系就被确定了。假设以上一层次元素 C 为准则，所支配的下一层次的关系为 u_1, u_2, \dots, u_n ，模糊判断矩阵就是按它们对于准则 C 相对重要性赋予 u_1, u_2, \dots, u_n 相应的权重后所形成的矩阵。本模型采用的是新模糊标度法来确定指标权重。相对于传统的九标度，新模糊标度克服了其一致性与判断思维一致性不等价这一缺点，是矩阵一致性指标真正反映思维一致性程度的指标。其是一种“等距分级，等比附值”的标度方法，为了使定量的相对重要度 a 正确反映定性评判的结果，必须使判断尺度给出的相对重要性大小与定性分析的结果基本相符，这就要求判断尺度本身要符合一定的规则。现假设判断尺度符合“等距跃进”，则有：

$$a^k - a^{k-1} = a^{k-1} - a^{k-2}, k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

对上式进行计算得到 $a=1$ ，显然这与判断尺度不符合，再假设判断尺度符合“阶梯跃进”，则有：

$$a^k = a^{k-1} - a^{k-2}, k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

对上式进行计算得到 $a = 1.618$ ，这与合理性准则基本一致，这时有新的模糊标度，如表 1 所示。

表 1 新模糊标度及其含义表

标度	标度含义
$d_{ij} = a^0 = 1$	对指标 X 而言， B_i 与 B_j 同等重要
$d_{ij} = a = 1.618$	对指标 X 而言， B_i 比 B_j 稍微重要
$d_{ij} = a^2 = 2.618$	对指标 X 而言， B_i 较 B_j 重要
$d_{ij} = a^3 = 4.236$	对指标 X 而言， B_i 较 B_j 明显重要
$d_{ij} = a^4 = 6.854$	对指标 X 而言， B_i 较 B_j 很重要
$d_{ij} = a^5 = 11.09$	对指标 X 而言， B_i 较 B_j 绝对重要

在主观判断各个准则的重要性时，根据实际算法建立的经验和研究相关算法评价资料的基础之上，判断准则层对目标层的影响。准确性是评价算法优良的重要指标，故对其加大权重，则产生如下模糊判断矩阵：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & a^3 \\ 1 & 1 & a^2 \\ a^{-3} & a^{-2} & 1 \end{bmatrix}$$

第二步：层次单排序及一致性检验

对比较判断矩阵，用 MATLAB 软件求出其最大的特征值为： $\lambda = 3.0258$

由于客观事物的复杂性，可能会使我们的判断带有主观性和片面性，所以有必要进行一致性检验，本文采用 T.L.Saaty 一致性指标：

$$CI = \lambda - 1/n - 1 = 0.0129$$

根据 Saaty 的随机一致性指标，当 $n = 3$ 的时候，查表可得 $RI = 0.58$ ，求得一致性比率 $CR = CI/RI = 0.0222 < 0.1$ ，通过一致性检验，认为其比较矩阵的不一致程度在容许范围之内，故可对其进行标准化。

经过 MATLAB 进行归一化处理，得到标准化特征向量 $w^{(2)} = (0.4697, 0.4001, 0.1302)$ 。

第三步：计算组合权向量

现在开始构建方案层对准则层的每个准则的判断矩阵

1) Y_1, Y_2, Y_3 对 X_1 的判断矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ a^{-1} & 1 \end{bmatrix} \quad W_1 = (0.618, 0.382)$$

$$\lambda_1 = 2 \quad CI = 0, RI = 0, CR = 0$$

2) Y_4, Y_5, Y_6, Y_7 对 X_2 的判断矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a^2 \\ a^{-2} & 1 \end{bmatrix}, \quad W_2 = (0.7236, 0.2764)$$

$$\lambda_2 = 2 \quad CI = 0, RI = 0, CR = 0$$

3) Y_8, Y_9, Y_{10} 对 X_3 的判断矩阵

$$A = [1], \quad W_3 = (1)$$

$$\lambda_3 = 1 \quad CI = 0, RI = 0, CR = 0$$

根据以上矩阵的一致性比例处理，均满足 $CR < 0.1$ ，即都通过了一致性检验。

综上所述，方案层对准则层的排序为

$$Y^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.618 & 0.382 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7236 & 0.2764 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

所以方案层对目标层的排序向量为：

$$W = Y^{(3)} \cdot w^{(2)} = [0.2903 \quad 0.1786 \quad 0.2895 \quad 0.1106 \quad 0.1302]^T$$

由于 $CI^{(2)} = (CI_1^{(2)}, CI_2^{(2)}, CI_3^{(2)}) = (0,0,0)$

$$RI^{(2)} = (RI_1^{(2)}, RI_2^{(2)}, RI_3^{(2)}) = (0,0,0)$$

因此 $CI^3 = CI^{(2)} \cdot w^{(2)} = (0,0,0)(0.4697, 0.4001, 0.1302)^T = 0$

$$RI^3 = RI^{(2)} \cdot w^{(2)} = (0,0,0)(0.4697, 0.4001, 0.1302)^T = 0$$

$$CR^3 = CR^2 + \frac{CI^3}{RI^3} = 0$$

层次总排序也通过一致性检验。

综上所述可以看出各指标主观权重依次为 [0.2903 0.1786 0.2895 0.1106 0.1302]，出租车运营车数对应的权重值最大，所以本文建立的算法总体上来说算是比较良好的，至此，模型构建完毕。

②客观指标权重的确定——熵值法

信息熵是系统无序程度的一个度量，信息是系统有序程度的度量，二者绝对值相等但符号相反。如果某项指标的信息熵越小，则该指标信息量就越大，在综合评价中的影响作用就越大，权重亦越大。因此，依据信息熵的大小可以用来度量各评价指标的变异程度，从而确定该指标的权值。具体步骤为：

第一，量纲一化原始数据矩阵

为消除各指标量纲不同所产生的影响，首先对评价指标体系中各分值进行量纲一化处理，对于越大越优型指标采用：

$$c_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_j x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}}$$

对于越小越优型指标采用：

$$c_{ij} = \frac{\max_j x_{ij} - x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}}$$

其中， $\max_j x_{ij}$ ， $\min_j x_{ij}$ 分别为同指标下所有样本的最大值、最小值。

$$\text{最后得到量纲一化后的矩阵 } C = (c_{ij})_{n \times m} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{21} & \cdots & c_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(x_1) \\ C_2(x_2) \\ \vdots \\ C_n(x_n) \end{bmatrix}$$

第二，将各指标同度量化，计算第 j 项指标下第 i 个方案指标值的比重 p_{ij}

$$p_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i=1}^n c_{ij}}$$

第三，计算第 j 项指标熵值 e_j

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln p_{ij}$$

其中 $k > 0$, \ln 为自然数, $e_j \geq 0$ 。如果 c_{ij} 对于给定的 j 全部相等, 则 $p_{ij} = \frac{1}{n}$, 此时 e_j 取极大值, 即

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln \frac{1}{n} = k \ln n$$

若设 $k = \frac{1}{\ln n}$, 于是有 $0 \leq e_j \leq 1$

第四, 计算第 j 项指标的差异性系数

对给定的 j , 当 c_{ij} 的差异性越小, 则 e_j 越大; 当 c_{ij} 的差异性越大, 则 e_j 越小; 当 c_{ij} 全部相等时, $e_j = \max e_j = 1$, 此时对方案的比较, 指标 c_{ij} 毫无作用, 所以取差异性系数 $g_j = 1 - e_j$

第五, 对差异性系数进行归一化可计算出权重

$$w_j = \frac{g_j}{\sum_{k=1}^m g_k} \quad (j=1,2,\dots,m)$$

最后, 通过计算得到出租运营车数、被抢单时间、人口密度、街区面积和乘车起步价格这五个指标的权重值分别为

$$w_1^{(1)} = 0.290, \quad w_2^{(1)} = 0.179, \quad w_3^{(1)} = 0.290, \quad w_4^{(1)} = 0.111, \quad w_5^{(1)} = 0.130$$

其中, 出租运营车数、人口密度指标权重相等且最大, 其次为被抢单时间, 乘车起步价格指标权重最小。^[4]

③组合权重——AHP-熵值法

针对主观赋权方法、客观赋权法各自的优点和缺点, 通过一定的数学模型实现主观权重和客观权重的有机结合的方法们称之为组合权重法。组合权重法考虑到决策者对不同指标的偏好, 尽量减少了赋权的主观随意性, 使各指标的赋权达到主观与客观的统一, 其具体计算步骤如图2所示。

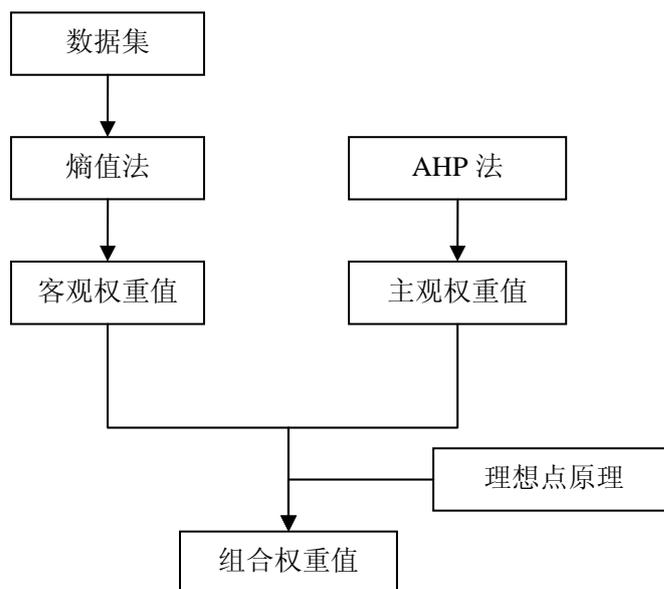


图2 组合赋权法计算流程

目前有关组合赋权的方法有两种，第一种为乘法归一化方法，第二种为线性加权法，这两种方法都有各自的优缺点，下面分别对其进行介绍。

第一种：乘法归一化方法

$$w_i = \frac{\alpha_i \beta_i}{\sum_{j=1}^m \alpha_j \beta_j} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

其中 w_i 为组合权重值， $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 为指标主观权向量， $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 为指标客观权向量。当指标间权重分配较均匀或指标个数相对较多时，乘法归一化方法相对来说更适用。

第二种：线性加权法

$$w_i' = \lambda \alpha_i + (1 - \lambda) \beta_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

其中 w_i' 为组合权重值， $0 < \lambda < 1$ 为偏好系数， $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 为指标主观权向量， $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ 为指标客观权向量。线性加权法在一定程度上克服了乘法合成归一化方法带来的权重倍增效果，在实际应用中更加广泛，其难点在于确定偏好系数 λ 的值。^[5]

(3) 模型的求解

① 数据收集

为了将研究的问题具体化，深入化，也更具有实际意义，我们选择以上海市为例来进行分析讨论出租车资源的配置问题。上海市共有 18 个次级行政区划，从中随机选择了 7 个行政区，分别是黄浦区、浦东新区、徐汇区、普陀区、静安区、杨浦区和虹口区，分别对这 7 个区域按照上述的指标进行分析，这是在题目要求的不同时空中的空间变化；同时，结合调查结果和生活常识，将一天 24 小时按每三个小时进行分组，分成 8 个时间段对各个指标的影响程度进行分析，这就是不同时空中的时间变化。如下的表 2 到表 5 为不同时空下各指标值的具体数据。

表 2 不同时空下出租运营车数分布 (单位：辆)

	黄浦区	浦东新区	徐汇区	普陀区	静安区	杨浦区	虹口区
0:00~2:59	1222	661	1313	642	913	571	700
3:00~5:59	693	233	582	281	393	252	290
6:00~8:59	840	420	550	518	909	456	398
9:00~11:59	793	696	723	610	1046	560	571
12:00~14:59	1135	664	1011	597	889	593	699
15:00~17:59	865	668	964	607	1130	654	651
18:00~20:59	605	602	972	603	1161	548	585
21:00~23:59	1374	731	1298	773	1549	760	721

表2是出租车数量在不同时空下的状态，通过观察不难看出，像黄浦区、徐汇区、静安区这种比较靠近经济政治中心的地区车辆数目相应更多，而杨浦区、普陀区等稍稍偏一点的地方，出租车的数量明显就少了很多。从时间段角度观察，发现出租车数量最多的不是我们设想的上下班高峰期的时段，反而是晚上九点后的时间，这在一定程度上表明上海人的夜生活还是十分丰富的。

表3 不同时空被抢单时间 (单位: s)

	黄浦区	浦东新区	徐汇区	普陀区	静安区	杨浦区	虹口区
0:00~2:59	137.88	102	134.4	166	96.75	47.67	81.75
3:00~5:59	7	44	140	0	0	8	0
6:00~8:59	0	230	306.5	58	128	360	195.5
9:00~11:59	161.44	385.2	285.7	283.36	176.25	274.5	189.5
12:00~14:59	230.05	163.84	237.96	177.33	275.4	170.63	223
15:00~17:59	269.36	207.3	262.59	343.83	260.38	222.67	364.5
18:00~20:59	557.29	620.33	225.29	77	241.5	417.75	385.02
21:00~23:59	281.61	255.17	257.57	164.5	344.26	356.6	304

表3显示的是在不同时空下出租车叫单被接单的时间。初步的观察后发现并没有什么特别明显的规律可循,无论是在空间分布还是在时间分段上,唯一比较集中的相似性就是在3:00~6:00这段时间的时间,基本都是该地区被抢单时间最短的时段。

表4 不同地区人口密度和街区面积

	黄浦区	浦东新区	徐汇区	普陀区	静安区	杨浦区	虹口区
人口密度 (人/平方公里)	33802.54	4468.73	20546.60	23629.4	32795.27	21806.35	35757.49
街区面积 (平方公里)	34.6	25.48	4.04	6.09	2.2	2.39	2.75

表4是选取的7个行政区的人口密度和街区面积,其中人口密度最大的区时虹口区,密度最小的是浦东新区;而面积最大的是黄浦区,最小的是静安区。

表5 不同时间乘车起步价格

乘车起步价格 (元)	
0: 00~2:59	18
3: 00~5:59	18
6: 00~8:59	14
9: 00~11:59	14
12: 00~14:59	14
15: 00~17:59	14
18: 00~20:59	14
21: 00~23:59	18

表5是上海市出租车在不同时间段的起步价,共有14元和18元两档,6:00~21:00的起步价是14元,21:00~次日6:00的起步价是18元。

②熵值法求取各指标客观权重

第一,量纲一化原始数据矩阵

对于出租车的供求匹配问题,出租车在不同时空的运营车数应该是越多越好;被抢单时间在一定程度上与出租车空车率有关,被抢单时间越短,说明出租车供求匹配越优;人口密度和街区面积均反映的是乘客对出租车的需求,人口密度越大,相应出租车需求越多;街区面积越小,道路交通相对拥挤,乘客对出租车的需求可能减少;其次,乘车起步价格越高,出租车需求可能会下降,从而降低出租车供求匹配度。根据各指标特点对不同时间各指标原始数据矩阵进行量纲一化。

$$C = (c_{ij})_{8 \times 5} = \begin{pmatrix} 0.802 & 0.753 & 0 & 0 & 0 \\ 0.114 & 0.987 & 0 & 0 & 0 \\ 0.306 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0.244 & 0.710 & 0 & 0 & 1 \\ 0.689 & 0.587 & 0 & 0 & 1 \\ 0.338 & 0.517 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0.495 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

第二，将各指标同度量化，得到第 j 项指标下第 i 个方案指标值的比重 p_{ij} 矩阵：

$$P = (p_{ij})_{8 \times 5} = \begin{pmatrix} 0.230 & 0.149 & 1 & 1 & 0 \\ 0.033 & 0.196 & 1 & 1 & 0 \\ 0.087 & 0.198 & 1 & 1 & 0.2 \\ 0.070 & 0.141 & 1 & 1 & 0.2 \\ 0.197 & 0.116 & 1 & 1 & 0.2 \\ 0.097 & 0.102 & 1 & 1 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0.2 \\ 0.286 & 0.098 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

第三，计算第 j 项指标熵值 e_j

$$e_1 = -0.843, \quad e_2 = -0.919, \quad e_3 = -1, \quad e_4 = -1, \quad e_5 = -0.774$$

第四，计算第 j 项指标的差异性系数

$$g_1 = 1.843, \quad g_2 = 1.919, \quad g_3 = 2, \quad g_4 = 2, \quad g_5 = 1.774$$

第五，对差异性系数进行归一化可计算得出租运营车数、被抢单时间、人口密度、街区面积、乘车起步价格的指标权重分别为：

$$w_1^{(2)} = 0.193, \quad w_2^{(2)} = 0.201, \quad w_3^{(2)} = 0.210, \quad w_4^{(2)} = 0.210, \quad w_5^{(2)} = 0.186$$

其中，人口密度、街区面积指标权重相等且最大，其次为抢单时间，乘车起步价格指标权重最小。

③AHP-熵值法确定组合权重

本文采用乘法归一化方法对主客观权重进行整合，得到各指标权重分别为 $w_1 = 0.280$, $w_2 = 0.180$, $w_3 = 0.303$, $w_4 = 0.116$, $w_5 = 0.121$ ，其中人口密度的权重最大，出租运营车数紧随其后街区面积权重最小。

④不同地区不同时点的供求匹配程度

通过 EXCEL 按照权重各指标值进行加权算得不同地区不同时间的出租车资源的“供求匹配”程度，如图 3 所示。

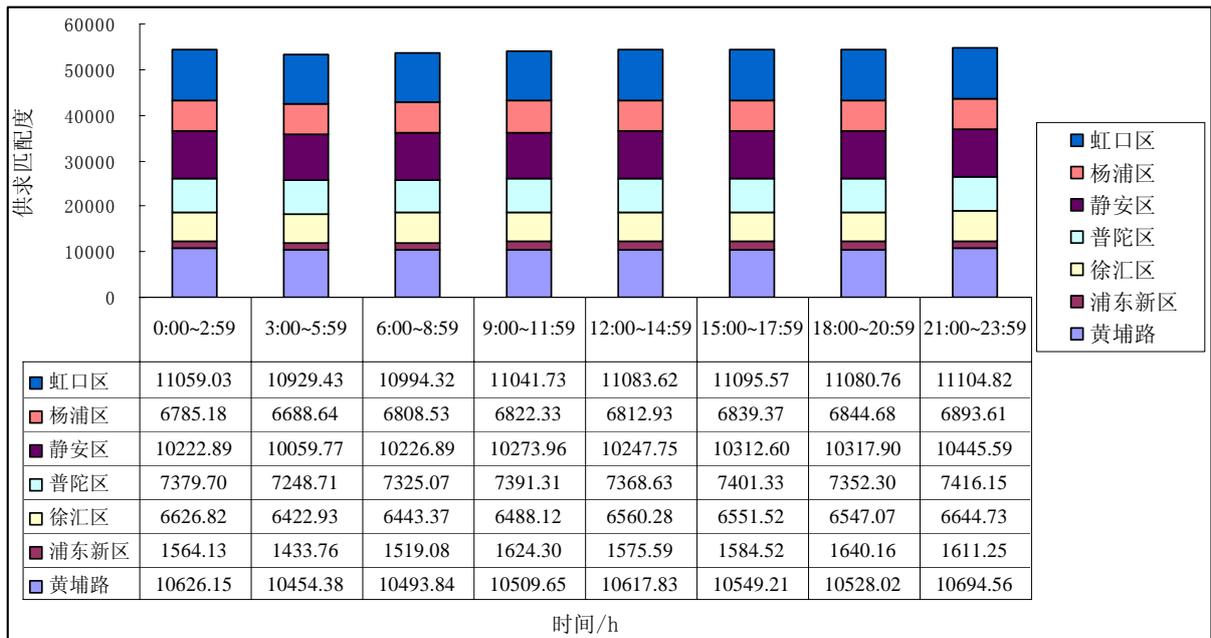


图3 上海市不同时空出租车资源供求匹配程度

根据图3可以看出，在同一时间，虹口区的出租车资源供求匹配程度位居第一，基本在11000左右；紧随其后的为黄浦路，供求匹配度约达到10500；位列第三的为杨浦区，其供求匹配度基本在10200上下浮动；排在第四、第五、第六位的分别为普陀区、杨浦区、徐汇区，它们的出租车资源供求匹配度基本在6400到7500之间；排在最后的是浦东新区，其供求匹配度仅仅为1500左右。

⑤基于三次样条插值的出租车资源的“供求匹配”程度时间分布模型

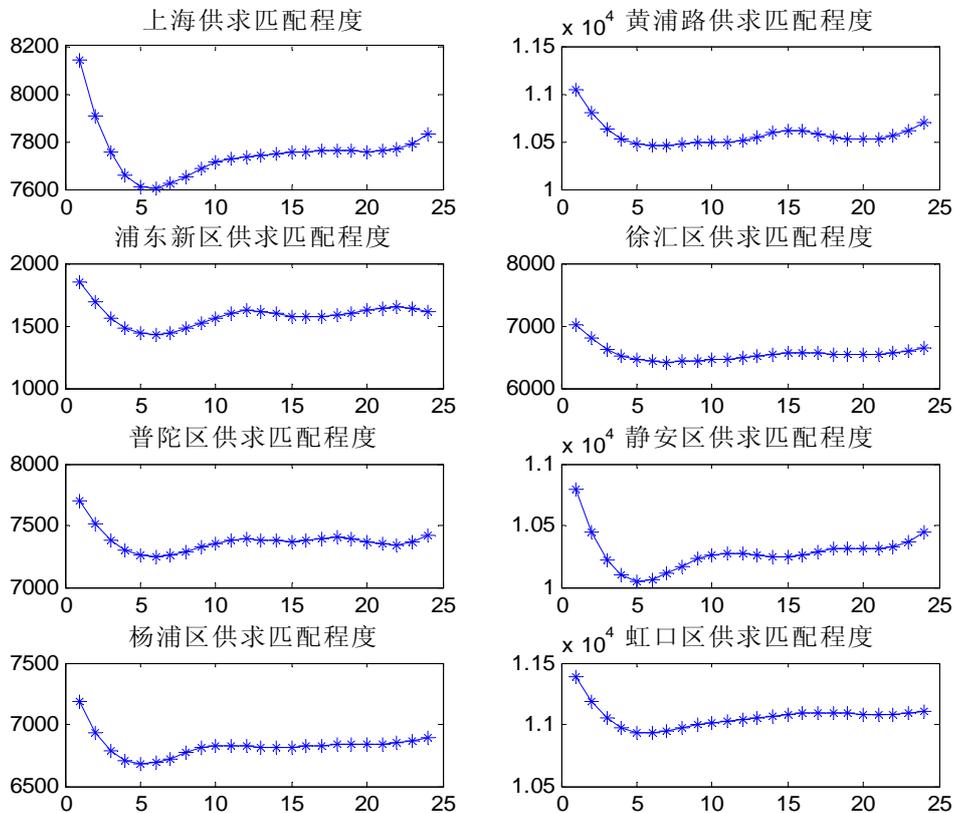


图4 各时间段不同地区出租车供求匹配度插值结果

根据图 4 可以看出,各街区在不同时间的的供求匹配度基本与上海市总的出租车资源供求匹配度时间分布趋于一致,在凌晨 0-6 点,出租车供给和需求较白天减少,随着时间的流逝,出租车供求匹配度是逐步降低的,在凌晨 6 点会达到一个最低值,而此后上海也处于上班高峰,出租车需求增加,出租车匹配度慢慢回升。从 6 点至 12 点,随着时间的推移,出租车资源供求匹配度呈一个上升趋势,但其上升速率递减,整体较平缓;在 12 点至 14 点,此时处于午间高峰期,出现第二次下降;此后 4 小时内小幅回升后,在下班高峰期 18 点至 21 点出租车资源供求匹配度继续处于下降趋势,直至深夜才开始慢慢回升。

二、问题二的分析与求解

1. 对问题的分析

为了解各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助,本文首先通过资源检索找出各打车软件公司分别针对司机和乘客的出租车补贴方案,列举影响出租车打车难易程度的因素,通过建立邻接矩阵、可达矩阵、骨架矩阵等,构建 ISM 解释结构模型,分析这些因素之间的内在联系,从中找出出租车补贴方案是否能缓解“打车难”作出评判。

2. 对问题的求解

模型 II ISM 解释结构模型

(1) 模型的准备

解释结构模型法,是一种以定性分析为主的结构模型化技术分析。它的核心思想是化整为零,就是对一个完整复杂的系统进行多层次分解,并结合人们的实际经验和专业知识,以计算机作为技术辅助,最后构成一个多级递阶的结构模型。解释结构模型主要以定性分析为主,它通过构造矩阵、有向图等,然后对表示有向图的相邻矩阵的逻辑运算,得到可达性矩阵,然后分解可达性矩阵,得到需要的结论。它可以把模糊不清的思想、看法转化为直观的具有良好结构关系的模型,适用于那些结构不清楚,变量又多、关系还十分复杂的系统分析。解释结构模型无论是在国际范围的资源配置问题,还是在地区性的经济开发问题上,都有着广泛的应用。

(2) 模型的建立

ISM 解释结构模型的建立过程简要来说主要包括以下几个步骤:

① 确定相关因素

根据现有实践现象,可以通过查找资料确立求解问题,进而确定问题的相关影响因素,以实现对该问题的评估。

本文使用专家评价法(Delphi 法),通过组织有关方法技术专家、协调人、参与者三方面人员,通过它们的现实实践经验和相关专业知知识,通过文字阐述问题,并由相关成员提出构成问题的因素,一般约取 10-30 个相关因素即可。将这些因素分别用英文字母 F_1, F_2, \dots, F_n 表示。

② 文字描述相关因素

确定好影响问题的相关因素后,小组成员通过对问题和因素进行确切的文字描述,方便明确各要素之间的相互关系,为下一步邻接矩阵的确立。

③ 建立邻接矩阵

首先,通过明确各要素之间的相互关系,根据问题现实情况,各小组成员商讨确定各个影响因素之间的相关关系,总结得到各影响因素之间的相关关系示意图,采用用 H、L、HL 表示要素间的相关关系,其中, H 表示相关关系示意图中的行因素直接影响列因

素；L 表示列因素直接影响行因素；HL 表示行列两因素之间会相互影响。

其次，根据各影响因素之间的相关关系示意图，建立邻接矩阵 V，用 $n \times n$ 的方形矩阵来表示，其中 n 影响因素数目，并规定矩阵元素按公式(1)取值

$$\begin{cases} v_{ij} = 1 & \text{当行因素 } F_i \text{ 直接影响列因素 } F_j \text{ 时, } i \neq j \\ v_{ji} = 1 & \text{当列因素 } F_j \text{ 直接影响行因素 } F_i \text{ 时, } i \neq j \\ v_{ij} = v_{ji} = 1 & \text{当行因素 } F_i \text{ 与列因素 } F_j \text{ 互相影响时, } i \neq j \\ v_{ij} = v_{ji} = 0 & \text{当行因素 } F_i \text{ 与列因素 } F_j \text{ 互不影响时, } i \neq j \\ v_{ii} = 0 & \text{当 } i = j \text{ 时} \end{cases} \quad (1)$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。

④生成可达矩阵

可达性矩阵 T 是用来反映邻接矩阵中各因素之间通过一定路径可以到达的程度。

通过将邻接矩阵 V 与单位矩阵 I 相加，然后运用布尔运算对相加后的矩阵做 n 次幂运算，其中布尔运算公式如下：

$$\begin{array}{ccc} 0+0=0 & 0+1=1 & 1+1=1 \\ 1 \times 0=0 & 0 \times 1=0 & 1 \times 1=1 \end{array}$$

直到 $T = (V + I)^{n+1} = (V + I)^n \neq \dots = (V + I)^2 = V + I$ 其中 $(V + I)^n = I + V + V^2 + \dots + V^n$ 为止，则 $T = (V + I)^n$ 为所求的可达矩阵。

⑤求取骨架矩阵

通过对可达矩阵 T 进行区域分解、级间分解及骨架矩阵提取，得到骨架矩阵。

⑥求解 ISM

基于骨架矩阵，建立层级关系有向图，根据有向图得到解释结构模型。

(3) 模型的求解

①确定相关因素

本文分别从补贴方案、出租车司机、乘客、外部环境四个角度出发，最终确定影响打车难易程度的 16 个因素，如表 6 所示

表 6 打车难易程度影响因素

因素	文字描述
F1 司机短途订单补贴	对司机接一些短途的低价单的补贴
F2 司机无事故交通补贴	对司机在规定时间内零责任事故行驶的补贴
F3 司机飞单补贴	对司机已接单但乘客乘坐了其他车的补贴
F4 司机接单补贴	凡是司机接单，都会进行的补贴
F5 司机高峰加价补贴	对司机在高峰期接单的额外补贴
F6 乘客返现补贴	按照乘客的实际车费进行返现(当次不可用)
F7 乘客减免补贴	按照乘客的实际车费部分减免(仅限当次)
F8 预打车乘客特征	主要分为年轻人和中老年人
F9 乘客叫车时段	主要分为高峰时段和普通时段
F10 乘客使用打车软件积极性	以乘客使用打车软件的频率来量化积极性
F11 出租车司机使用打车软件积极性	以司机使用打车软件的频率来量化积极性
F12 天气情况	天气的好坏会直接影响打车的难易程度
F13 道路拥挤度	道路的拥挤程度会同时影响打车的难易程度和司机接单的积极程度
F14 打车软件覆盖率	城市的不同地区软件的覆盖程度是不同的，对该地区的打车难易程度也有影响
F15 出租车供求匹配度	匹配度是直观反映出租车资源利用效率的指标
F16 出租车空载率	空载率是反映出租车供求匹配度的一个指标

②建立邻接矩阵

通过分析各影响因素之间的逻辑关系，结合已有“出租车打车难”相关研究，得出如图 5 所示的打车难易程度影响因素相互关系示意图。由图中可以看出，除了预打车乘客特征和出租车供求匹配度外，其他因素均会影响出租车空载率，反之，出租车空车率又会影响出租车供求匹配度，且在余下 14 个因素中，仅仅只有预打车乘客特征不会影响出租车供求匹配度。除此之外，还有一些会互相影响的因素，如乘客使用打车软件积极性和出租车司机使用打车软件积极性、乘客使用打车软件积极性和打车软件覆盖率等。

H	H				H											F1
H	H				H											F2
H	H	H			H											F3
H	H				H		L									F4
H	H	H			H	L	L	L								F5
H	H		H			L		H								F6
H	H	L				H		H								F7
		L		L				HL								F8
H	H		H		H	HL										F9
H	H	HL			HL											F10
H	H	H														F11
H		H	H													F12
H	H															F13
H	H															F14
L																F15
																F16

图 5 打车难易程度影响因素相互关系示意图

下面即根据打车难易程度影响因素相互关系示意图构造邻接矩阵 V，结果如图 6 所示。

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16
F1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
F3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0
F4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F7	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F8	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F9	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F10	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F11	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
F12	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
F14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
F15	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
F16	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

图 6 打车难易程度影响因素邻接矩阵表格

③生成可达矩阵

本文运用 MATLAB 软件对可达矩阵进行求解(具体程序详见附录 1)。

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16
F1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
F2	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
F3	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
F4	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
F5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F7	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
F8	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
F9	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
F10	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
F11	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
F12	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
F13	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
F14	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
F15	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
F16	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1

图7 可达矩阵

运用 MATLAB 程序计算求得，当 $K=5$ 时的可达矩阵 T ，矩阵如图 7 所示。然后，确定各层级包含因素，建立表格，根据可达矩阵 T 列举出每个因素 F_i 所对应的行和列与其他因素之间的对应关系。定义可达集合 $R(L_i)$ 是可达矩阵中要素 L_i 这一行中对应值 1 的矩阵元素所在的列要素的集合；同样的，定义可达集合 $Q(L_i)$ 是可达矩阵中要素 L_i 这一列中对应值 1 的矩阵元素所在的行要素的集合。当 $R(L_i) = R(L_i) \cap Q(L_i)$ 时，即表示 L_i 为该层的元素，将其从元素集合中剔除。之后进行下一层的元素计算，依次递层进行，具体过程详见附录 2。

按照上述的计算方法逐层进行，可以得到最终的层级划分： $C_1=\{F_6\}$ ； $C_2=\{F_5\}$ ； $C_3=\{F_3, F_{10}, F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{15}, F_{16}\}$ ； $C_4=\{F_2, F_4, F_7, F_8, F_{14}\}$ ； $C_5=\{F_1, F_9\}$ 。结束本轮计算后，对可达矩阵 T 进行重新排序和缩减，提取出其中的骨架矩阵。从上面求出的层级关系，重新排序可达矩阵，得到一个按照层级关系排列的修正可达矩阵，如图 8 所示。第二层中的影响因素 $F_3, F_{10}, F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{15}, F_{16}$ 两两之间均是强连接，也就是说它们之间相互都有联系，因此我们只需要从中选取一个元素，并从可达矩阵中删去其他剩下的因素，然后在最后实现的 ISM 模型中再将之前删去的元素补上。

	F6	F5	F3	F10	F11	F12	F13	F15	F16	F2	F4	F7	F8	F14	F1	F9
F6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F11	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F12	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F13	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F15	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F16	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F4	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
F7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
F8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0

F14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
F1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

图 8 修正可达矩阵

(4)建立递阶有向图

在上面计算结果的基础上，建立骨架矩阵（如图 9 所示），构成系统的结构模型。结构模型中的一个递阶结构层次对应于骨架矩阵中相应的全部行因素集合。通过对骨架矩阵的观察分析，最终得出影响打车难易程度的因素可以分为四层，并且层次与层次之间的关系具有一定的逻辑关系，进而形成一条影响因素链，依据该因素链可绘出影响因素的层次结构图。根据前面已经得到的骨架矩阵中元素之间的关系，建立出最终的 ISM 结构模型图，如图 10 所示。

	F6	F5	F3	F2	F4	F7	F8	F14	F1	F9
F6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
F3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
F2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
F7	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
F8	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
F14	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
F1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

图 9 骨架矩阵

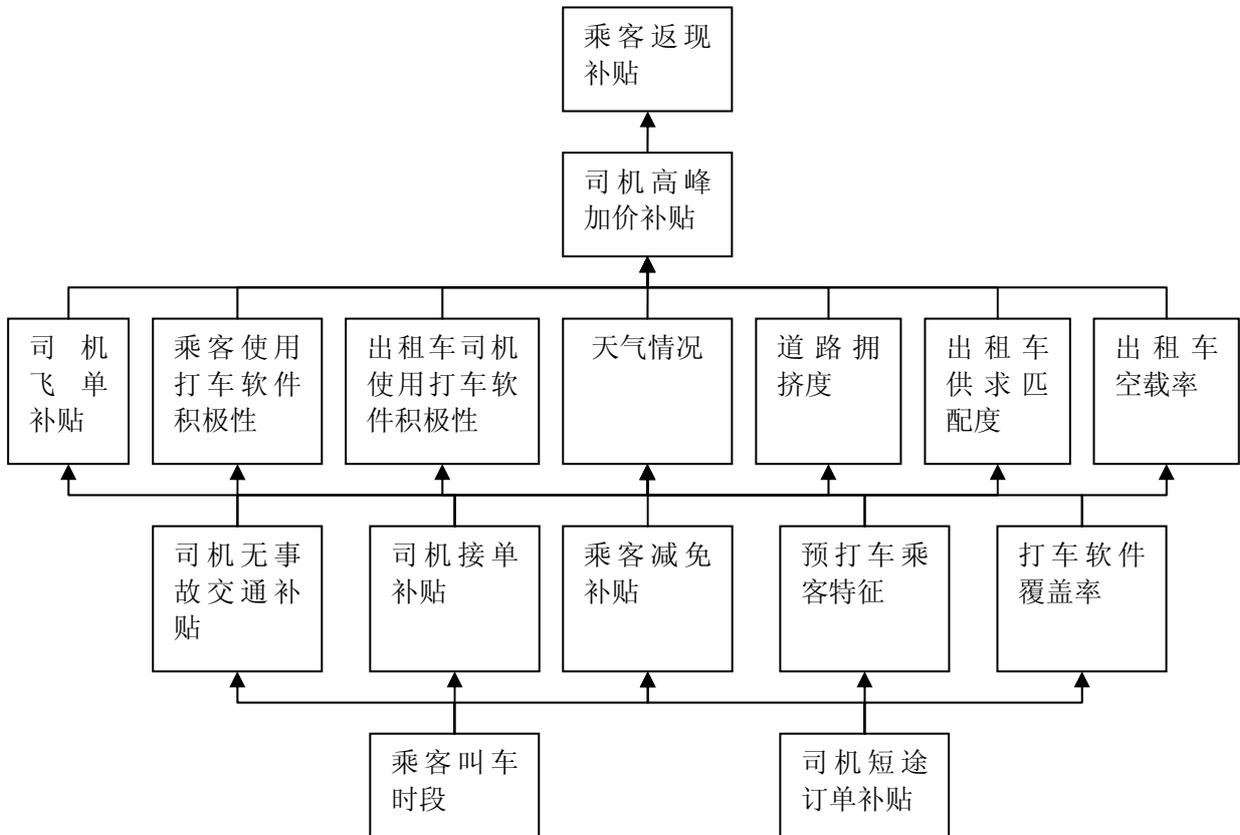


图 10 ISM 解释结构模型

⑤影响打车难易程度的影响因素分析

从 ISM 解释结构模型的分析可以看出，模型将影响打车难易程度的影响因素分为 5 个层次，分别是 C1, C2, C3, C4, C5，下面结合出租行业的实际情况，对这 5 个层次进行解释分析。

最底层的 C5 是最基础的因素，其中包括乘客叫车的时段和司机短途订单补贴，这两个因素对于打车的难易程度起到了间接性的影响作用，同时对于市民选择出行的方式也有着影响作用（是选择乘坐公交车还是打车）。对于交通的拥挤，出租车的需求及道路状况在一天内也是随时变化的，而出租车的出行量和空驶率在不同时段也有较大的差异性。调查显示，叫车难主要有以下两种情况：一是不同的时段，如上下班高峰，阴雨天气和周末等时段；二是地段，在繁华中心地段和外围空旷地段，都会使得打车的困难程度大大提高。

C4 层包括司机无事故交通补贴，司机接单补贴，乘客减免补贴，预打车乘客特征，打车软件覆盖率等 5 个因素。C3 层包括司机飞单补贴，乘客使用打车软件积极性，出租车司机使用打车软件积极性，天气情况，道路拥挤度，出租车供求匹配度和出租车空载率 7 个要素。这两层的每个层级的要素均属于强连接关系，彼此之间具有高度的互动。这些要素之间的部分效果通常都是重复的，易形成一个封闭的系统。结合目前出租车的现状来看，C4 中的影响因素分别是由 C5 中的影响因素推导出来的。对于 C3 的影响因素来说，只有考虑了 C4 的那些因素之后，才能考虑 C3 的因素。最终可以说明这些要素之间的相互影响程度比较大，任意要素的水平过低，都能使整个系统的水平有所下降。只有在 C5 层次的基础上提升这两个层次，才能对缓解打车困难起到推动作用。

C2 层影响因素是司机高峰加价补贴，C3 层的 7 个因素是影响 C2 层因素的关键，C3 层各个因素的改变会直接影响 C2 层的因素。

C1 层的因素是模型要验证的最终影响因素，C2 层的因素也影响到了 C1 层的结果，同时也是影响打车难易程度的内生因素。

综上所述，解释结构模型中各层级因素对于缓解打车难的效用是逐级累加的，也就是各层因素通过影响上一层级的因素，进而间接影响最上层的主要因素，即乘客返现补贴和出租车高峰加价补贴是缓解打车难的最主要因素，其余的因素则是在一定程度上缓解了打车难的问题。

三、问题三的分析与求解

1.对问题的分析

针对本问题的要求，本文主要以优化出租车资源配置，缓解出租车“打车难”为目标，设计合理的出租车补贴方案。根据第二问的求解结果可知，乘客返现补贴和出租车高峰加价补贴是能够有效缓解“打车难”的主要因素，出租车接单补贴、司机短途订单补贴均在一定程度上缓解了“打车难”。考虑到这些结果，本文针对乘客和司机分别建立相应的补贴方案，旨在提高出租车司机出车载客的积极性，提高乘客使用软件打车的积极性，以期达到“缓解打车难”现状。针对设计的新型打车软件补贴方案，通过构造多目标规划模型，以是否实现出租车司机和乘客补贴最大化充分论证该补贴方案的合理性。

2.对问题的求解

模型III 多目标规划模型

(1)补贴方案的确立

①出租车司机补贴方案的确定

出租车司机是一个高投入、低回报的工作，考虑到现在一些出租车司机不愿意高峰

时段出车、不愿接载短途乘客的现象，为提高出租车司机高峰出车率和短途乘客接载率，针对高峰短途接单数，高峰长途接单数，普通短途接单数，普通长途接单数四种出租车接单数，由于出租车司机主要以获取更高的收入为目的，因此对这四种接单数设置不同的权重，根据出租车司机每天的四种不同接单数，计算出出租车司机一天的有效接单数，按每单给出租车司机补贴 2 元的补贴政策，计算得到出租车司机一天的补贴金额然后直接打入出租车账户（如图 11 所示），从而实现出租车收入提高，进一步缓解乘客出租车打车难的问题。

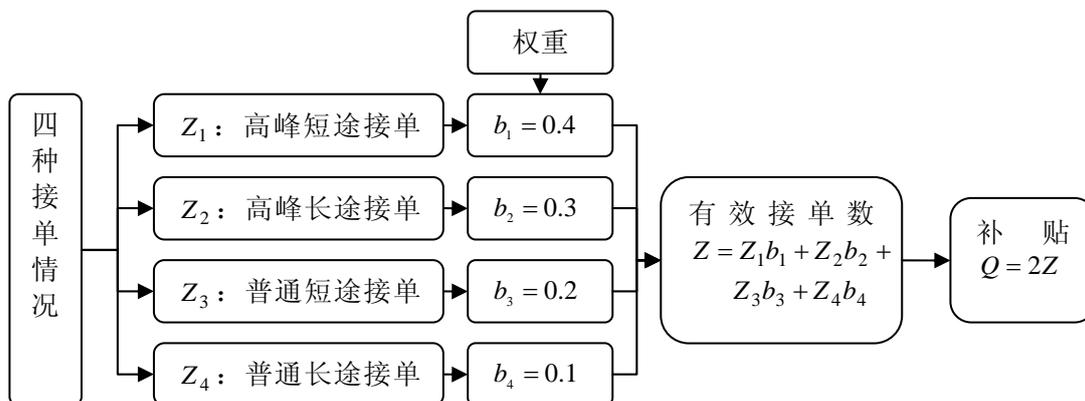


图 11 出租车司机接单补贴政策

②乘客补贴方案的确定

乘客抱怨打车难的主要原因是等车时间过长、出租车供不应求、出租车空载率过高，可以通过提高乘客使用打车软件的积极性来间接解决这些影响因素，缓解乘客的出租车打车难问题。针对不同的乘客特征，如老年人乘车出行比较偏爱现金支付，青年人出行比较偏爱使用互联网工具，因此分别设立以下出租车乘客补贴政策，如图 12 和图 13 所示。

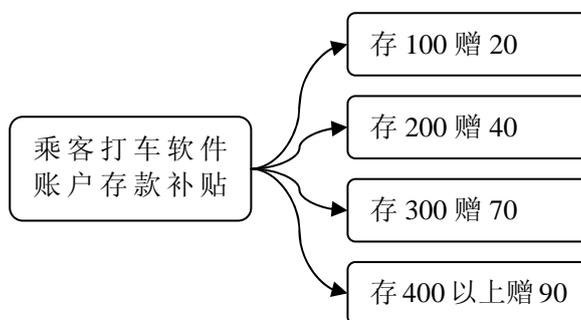


图 12 乘客打车软件账户存款补贴政策

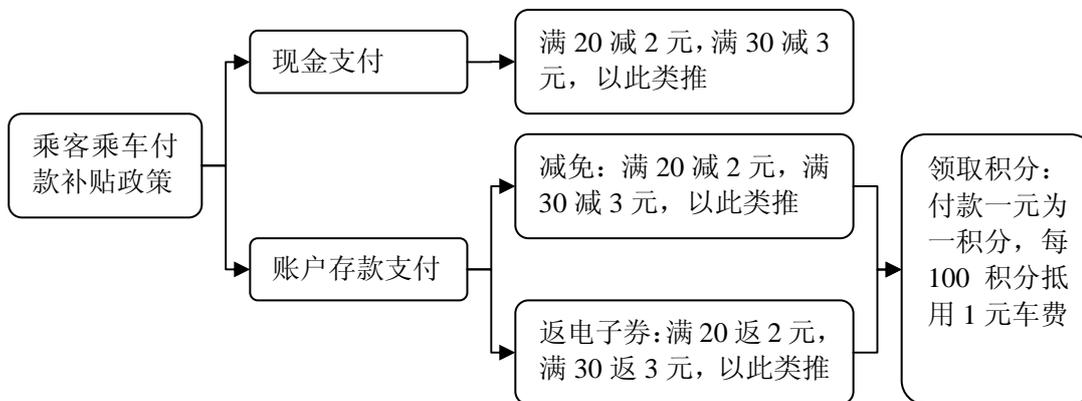


图 13 乘客乘车付款补贴政策

(2)模型的建立

多目标规划是数学规划的一个分支。研究多于一个的目标函数在给定区域上的最优化，又称多目标最优化。为满足论证本文设计的出租车补贴政策是否能有效缓解“打车难”，我们构建如下的目标规划模型。

①出租车司机补贴最大化

考虑到上海的出租车司机平均每天接单率可达 d 单，在一定的接单数下，出租车司机如何安排自己的四种接单数以实现出租车司机补贴收入最大化，能帮助出租车合理安排自己的出车时间和接单情况，有利于提高出租车司机的工作积极性，减少乘客打车等待时间，提高乘客打车成功率。

$$\begin{aligned} & \max 2(0.4Z_1 + 0.3Z_2 + 0.2Z_3 + 0.1Z_4) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 = 60 \\ 0 \leq Z_1 \leq \alpha_1 d \\ 0 \leq Z_2 \leq \alpha_2 d \\ 0 \leq Z_3 \leq \alpha_3 d \\ 0 \leq Z_4 \leq \alpha_4 d \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 分别为出租车司机对四种不同类型订单的意愿接单水平，且 $0 \leq \alpha_i \leq 1, i=1,2,3,4$ 。

②出租车乘客补贴最大化

出租车司机获得打车软件公司提供的补贴，前提是有一定数量的乘客使用打车软件打车，为吸引更多的乘客使用打车软件，在减少乘客等车时间的前提下，需要让乘客实现补贴最大化。考虑到普通上班族每天的打车频数，以一个月为单位，计算乘客在一个月內打车获取的最大补贴。

由于现金支付乘客仅有减免政策，在此只考虑账户存款为乘客带来的补贴最大化。设某乘客该月向账户存款金额为 m 元，其补贴金额为 m' 元，设该用户每月乘出租车出行总次数为 n ，其中以减免方式支付的次数为 n_1 ，则各次打车付款金额分别设为 p_1, p_2, \dots, p_{n_1} ，其减免金额分别为 $p'_1, p'_2, \dots, p'_{n_1}$ ，以返电子券方式支付的次数为 n_2 ，则各次打车付款金额分别设为 q_1, q_2, \dots, q_{n_2} ，其返券金额为 $q'_1, q'_2, \dots, q'_{n_2}$ 元；则出租车乘客补贴最大化目标函数为

$\max(0.01[(p_1 + p_2 + \dots + p_{n_1}) - ((p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n_1}))] + (q'_1 + q'_2 + \dots + q'_{n_2}) + 0.01(q_1 + q_2 + \dots + q_{n_2}))$ 因此多目标最优化目标函数为：

$$\begin{aligned} & \max 2(0.4Y_1 + 0.3Y_2 + 0.2Y_3 + 0.1Y_4) \\ & \max(0.01[(p_1 + p_2 + \dots + p_{n_1}) - ((p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{n_1}))] + (q'_1 + q'_2 + \dots + q'_{n_2}) + 0.01(q_1 + q_2 + \dots + q_{n_2})) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 = 60 \\ 0 \leq Z_1 \leq \alpha_1 d \\ 0 \leq Z_2 \leq \alpha_2 d \\ 0 \leq Z_3 \leq \alpha_3 d \\ 0 \leq Z_4 \leq \alpha_4 d \end{cases} \end{aligned}$$

(3)模型的求解

根据不同司机的接单特点以及不同乘客的乘车出行特点，通过模型可以求解出本文设计的补贴新政策是否能产生良好的效果。第一，通过不同接单的补贴政策可以改变不同司机在不同时间的意愿接单情况，即可以改变 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的取值，从而改变不同出租

车的补贴收入。第二，通过对目标函数的求解可以同时实现出租车司机补贴最大化和出租车乘客补贴最大化，为出租车司机提供相应的接单决策的同时为乘客提供了最低出行方案，有效提高出租车司机与乘客的双方满意度；第三，有利于减少二者摩擦时间和乘客等车时间；第四，降低出租车司机空载率、拒载率，有效提高出租车资源“供求匹配”程度，能有效缓解出租车“打车难”的问题。

§6 误差分析与稳健性分析

一、误差分析

第一，问题一中选取的出租车运营车数和被抢单事件是从滴滴快的智能出行平台网站上摘录的实时数据，仅仅包含了使用滴滴打车软件的运营车数和被抢单时间。由于所采集的数据不够精确，在运用熵值法计算各指标权重时会存在一定的计算误差。

第二，问题一中采用的AHP层次分析法，在判断矩阵的确定过程中会受到人为的主观因素的影响，从而形成系统误差。随着判断矩阵阶数的增加，人为判断的次数也会增加，主观判断误差也会越大，其次，采用的标度方法会使各指标相对重要性取值有限，在一定程度上限值专家对各指标相对重要性的客观评判。^[12]

第三，问题一中，由于获取的数据是一组分段时间数据，为得到一天 24 小时的连续数据来分析不同时间出租车资源的“供求匹配”程度，本文采用三次样条插值法进行插值，但插值结果与实际数据必然存在一定的偏差，在具体分析不同时间出租车资源的“供求匹配”程度，会带来一定的估计误差。

二、稳健性分析

量纲一化方法会影响熵值法的稳健性，常用的线性无量纲一化方法有五种，分别为极差化法、Z-Score 法、极大化法、极小化法及均值化法，不同量纲一化法对模型的影响不同，针对不同的问题，应选择敏感性低、稳健性高的量纲一化方法。

其次，在计算第 j 项指标熵值 e_j 时，不同的 k 值也会影响熵值法的稳健性，通过改变 k 的取值，分别进行各评价指标熵值的计算，然后比较各种 k 值下的指标权重，如果在某一 k 值下的指标权重结果与层次分析法差异小，则说明熵值法对该 k 值不敏感，即各指标权重结果比较稳定。

通过选择不同的 k 值来验证本文所选取的 $k = 1/\ln 8 = 0.48$ 的稳定性，验证结果如表 7 所示。

表 7 不同 k 值下各指标权重

	出租运营车数	抢单时间	人口密度	街区面积	乘车起步价格
$k = 0.38$	0.297	0.319	0.053	0.053	0.277
$k = 0.43$	0.294	0.315	0.058	0.058	0.275
$k = 0.48$	0.193	0.201	0.210	0.210	0.186
$k = 0.53$	0.288	0.308	0.067	0.067	0.270
$k = 0.58$	0.285	0.305	0.071	0.071	0.268

由 AHP 层次分析法确定的各指标权重为

$$[0.2903 \quad 0.1786 \quad 0.2895 \quad 0.1106 \quad 0.1302]$$

从各指标相对重要性排序来看，本文选取的 $k = 1/\ln 8 = 0.48$ 指标权重结果与层次分析法差异最小，因此具有很好的稳定性。

§7 模型的评价与推广

一、模型的优点

- 1、本文巧妙地运用了组合权重法，将主观权重与客观权重结合，使综合评价结果更为准确；
- 2、利用 EXCEL 软件对数据进行处理作出了各种图表，使结论简便、直观、快捷；
- 3、运用了多种数学软件，取长补短，计算结果更加准确，清晰；
- 4、本文运用了解释结构模型将复杂的影响系统因素关系结构化，画出结构图，使结果一目了然，便于对问题的分析；
- 5、本文建立的模型利用了实际数据，与现实生活紧密相连，使模型更贴近于实际，通用性强。

二、模型的缺点

- 1、收集的数据为真实数据，受到外界各方面的影响，存在一定误差；
- 2、为了使结果更理想，对数据进行主观分析，进行了一些必要地处理，带来一些误差。

三、模型的推广

1. 层次分析法——本文运用层次分析法综合评价了上海出租车供求匹配程度，此模型不仅可以对多指标问题进行综合评价，还可以用来解决选择决策方案，估计和预测，投入量的分配等问题。此模型可以广泛地应用于社会经济的各个领域内，如在能源系统分析，城市的规划，经济管理，科研评价等可以广泛的应用。
2. 熵值法——本文运用的熵值法，不仅可以求出出租车供求匹配程度评价指标的客观权重，还可以广泛应用于社会经济的发展的评价，根据实际数据评判各指标的重要性大小。
3. 组合权重法——本文运用的组合权重法，不仅可以用于综合出租车供求匹配程度评价指标的客观权重和主观权重，也可以用来综合评价土地利用价值等经济问题，利用这一确定权重的方法，可以提高权重结果的合理性。
4. ISM 解释结构模型——本文运用了 ISM 解释结构模型，对影响使用打车软件积极性的各种因素结构关系加以描述，得出各种因素对人们使用打车软件积极性的影响系统，方便了对问题的分析。此模型不仅可以用来分析打车软件积极性的影响系统，也可以用来现代系统工程，将复杂的系统结构化，可直接应用于分析能源问题，地区经济开发，企业发展甚至个人范围的问题
5. 多目标规划模型——本文运用了多目标规划模型，此模型不仅可以解决问题三出租车补贴问题，得出最优补贴的方案，还可以用来解决电力网络管理部门最优发电问题，可得出安全系数大，发电成本又小的最优方案。

§8 模型的改进

1.对层次分析法模型的改进

对于问题一中的建立的层次分析法模型，通过主观判断确定各指标之间的相对重要性会带来一定的误差，从而对最终权重的确定具有较大的影响。为降低主观评判带来的影响，本文取消两两比较确定判断矩阵的方法，充分考虑专家做出评价时分析与思考的模糊性。

当专家对两指标之间重要程度作出评判时，使其给出他所认为的最高评分和最低评分，再给出一个自己主观评分，分别用 x_{\max}, x_2, x_{\min} 表示。

由于专家评分结果应近似服从于某种先验分布，而通常专家给出最高评分或最低评分的可能性比较小，本文猜想先验分布可能为正态分布。我们可以采用一定的加权平均法来确定最终评分。

假定专家给出评分为 x_z 的可能性是给出 x_{\max} 或 x_{\min} 可能性的 k 倍，则在 (x_{\min}, x_z) 间的平均值为 $(x_{\min} + kx_z)/(k+1)$ ，在 (x_z, x_{\max}) 间的平均值为 $(kx_z + x_{\max})/(k+1)$ ，然后通过定分度法确定评分值可能性出现的先验分布，假设 $(x_{\min} + kx_z)/(k+1)$ 和 $(kx_z + x_{\max})/(k+1)$ 出现的概率分别为 $1/k_1$ 和 $1/k_2$ ，则该评分人对两指标相对重要性评分为

$$x_{ij} = \frac{1}{k_1} \left(\frac{x_{\min} + kx_z}{k+1} + \frac{kx_z + x_{\max}}{k+1} \right)$$

通过以上改进方法，可以将主观层面的模糊判断矩阵精确化，有利于进一步提高模型的精确度和可信度。由于时间和精力有限，本文仅提出以上改进方法，具体求解不做介绍。

2.对 ISM 解释结构模型的改进

对于第二问中建立的 ISM 解释结构模型，虽然能够解决各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助的评价问题，但由于在实际生活中，影响出租车打车难易程度的各因素之间的关系错综复杂，很难准确地度量它们之间的逻辑关系。而在确定邻接矩阵的过程中，仅仅使用“0”、“1”这样的二元关系来衡量各变量间的相关关系显然不够精确。

为了提高模型中确立的各因素关系的准确性，本文对 ISM 解释结构模型提出改进。通过引入模糊数学中的判断矩阵，使 ISM 解释结构模型中要素间关系的确定实现定性分析向定量分析的突破。

如果对于任意的 i, j 都有 $r_{ij} \in [0,1]$ ，则称矩阵 $R = (r_{ij})_{m \times n}$ 为模糊矩阵。^[4]

根据该模糊矩阵的定义，我们可以了解到 ISM 解释结构模型中各因素间的系统关系可以表示为一个二元模糊关系，各评判专家根据自身生活经验和专业知识，确定各因素间是否有相关关系，但这样的二元模糊关系无法反映出各因素间的相关程度。本文将要求各评判专家确定各因素间的相关程度来取代各因素间绝对的相关关系，并将各因素间关联程度用一个赋权有向图来表示，构造为一个模糊邻接矩阵，其中矩阵元素 v_{ij} 即为对应的权值为因素 F_i 对 F_j 影响的影响程度。但此时的模糊邻接矩阵 V 中的 $v_{ij} \in [0,1]$ ，并不满足布尔矩阵的定义，因此，本文通过引用模糊矩阵的 λ -截矩阵，按照公式(2)，将模糊邻接矩阵 V 转化为布尔矩阵。^[4]

$$v_{ij}^{(\lambda)} = \begin{cases} 0 & v_{ij} \geq \lambda \\ 1 & v_{ij} < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

其中， λ 值越小系统划分越粗，反之， λ 的取值越大说明系统划分越细，这也是求模糊矩阵的 λ -截矩阵的关键和难点。

对模型进行以上改进后，就可以继续运用 ISM 解释结构模型的余下算法构造出可达矩阵继而得出最终的 ISM 结构模型图，有效解决各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助的评判问题。由于时间和精力有限，本文仅提出以上改进方法，具体求解不做介绍。

参考文献

- [1] 互联网+:
http://baike.baidu.com/link?url=6oKU-sHPOOfaQm6r20t8l58dacXH7XzdHX1r71GidnhzoAk_5lVVHQs_ZiaODRAySSD5Eius5DtVh8GIQddsKq, 2015年9月14
- [2] 邻接矩阵:
http://baike.baidu.com/link?url=PXcFcs0vtspFxcfaACV_2sEkIB1uivTLASIX7wbNJ72jBmq85bbiBxK96CKHrZND6MvAux757dFSm-k3yATh8a, 2015年9月14
- [3] 层次分析法:
<http://baike.baidu.com/subview/364279/5071768.htm?fromtitle=%40%23Protect%40%23>, 2015年9月13
- [4] 杨桂元, 数学建模[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2015: 92-129
- [5] 江强强, 方堃, 章广成, 基于新组合赋权法的地质灾害危险性评价[J]. 自然灾害学报, 24(3): 29-32, 2015.
- [6] 陈枫, 基于供需平衡的城市出租车合理规模研究[D]. 长安: 长安大学, 2010.
- [7] 王一帆, 基于打车软件的出租车服务模式优化研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- [8] 王宛秋, 张永安, 基于解释结构模型的企业技术并购协同效应影响因素分析[J]. 北京工业大学, 2008.
- [9] 杨彬, 于渤, 孙倩, 基于解释结构模型的海外油气开发项目风险产生机理研究[J], 哈尔滨: 哈尔滨工程大学学报, 31(9), 2010.
- [10] 陆静, “打的“真的难吗? ——对话湖北省交通运输厅道路运输管理局城市公共客运管理处副处长蔡少渠[J]. 运输经理世界: 73, 2013.
- [11] 赵曦, 叫车服务破解中国式打车困局? [J]. 消费日报, 2013.
- [12] 卢宗华, 层次分析法中人为误差问题的研究[J]. 山东: 山东矿业学院学报, 14(2), 1995.
- [13] 樊为刚, 层次分析法的改进[J]. 河南: 河南财经学院, 15(4), 2004.
- [14] 杨超, 胡利民, 宋辉, 改进结构模型在装备保障训练内容组织与设计中的应用[J]. 四川: 四川兵工学报, 30(2), 2009.
- [15] 杨桂元, 朱家明, 数学建模竞赛优秀论文评析[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2013.

附录

附表 1: 上海 9 月 10 日被抢单时间

	0~3	3~6	6~9	9~12	12~15	15~18	18~21	21~24
黄埔路外滩	137.88	7	0	161.44	230.05	269.36	557.29	281.61
浦东新区金桥	102	44	230	385.2	163.84	207.3	620.33	255.17
徐汇区徐家汇	134.4	140	306.5	285.7	237.96	262.59	225.29	257.57
普陀区真如	166	0	58	283.36	177.33	343.83	77	164.5
静安区静安寺	96.75	0	128	176.25	275.4	260.38	241.5	344.26
杨浦区江浦路	47.67	8	360	274.5	170.63	222.67	417.75	356.6
虹口区四平路	81.75	0	195.5	189.5	223	364.5	385.02	304

附表 2: 上海 9 月 10 日出租车分布

	0~3	3~6	6~9	9~12	12~15	15~18	18~21	21~24
黄埔路外滩	1222	693	840	793	1135	865	605	1374
浦东新区金桥	661	233	420	696	664	668	602	731
徐汇区徐家汇	1313	582	550	723	1011	964	972	1298
普陀区真如	642	281	518	610	597	607	603	773
静安区静安寺	913	393	909	1046	889	1130	1161	1549
杨浦区江浦路	571	252	456	560	593	654	548	760
虹口区四平路	700	290	398	571	699	651	585	721

程序 1:

```

x=(3:3:24);
y=[7751.985088 7605.373842 7687.29942 7735.915093 7752.376827
7762.017615 7758.700485 7830.099889
10626.15256 10454.38125 10493.84376 10509.65219 10617.82969
10549.20748 10528.02127 10694.56006
1564.133462 1433.755457 1519.0777 1624.300738 1575.592078
1584.515332 1640.16444 1611.251588
6626.818042 6422.928758 6443.366001 6488.122709 6560.276823
6551.524682 6547.070813 6644.725515
7379.697713 7248.710869 7325.068817 7391.313184 7368.634518
7401.328074 7352.304713 7416.146889
10222.88847 10059.76693 10226.89342 10273.95564 10247.74927
10312.60359 10317.90329 10445.58899
6785.175249 6688.639907 6808.527998 6822.329295 6812.931904
6839.372203 6844.682476 6893.610852
11059.0301210929.43372 10994.31824 11041.7318911083.6235 11095.57195
11080.7563911104.81533
];
xi=1:1:24;
y0=interp1(x,y(1,:),xi,'spline');
y1=interp1(x,y(2,:),xi,'spline');
y2=interp1(x,y(3,:),xi,'spline');
y3=interp1(x,y(4,:),xi,'spline');
y4=interp1(x,y(5,:),xi,'spline');

```

```

y5=interp1(x,y(6,:),xi,'spline');
y6=interp1(x,y(7,:),xi,'spline');
y7=interp1(x,y(8,:),xi,'spline');
subplot(4,2,1);
plot(xi,y0,'-*');
title('上海供求匹配程度');
subplot(4,2,2);
plot(xi,y1,'-*');
title('黄浦路供求匹配程度');
subplot(4,2,3);
plot(xi,y2,'-*');
title('浦东新区供求匹配程度');
subplot(4,2,4);
plot(xi,y3,'-*');
title('徐汇区供求匹配程度');
subplot(4,2,5);
plot(xi,y4,'-*');
title('普陀区供求匹配程度');
subplot(4,2,6);
plot(xi,y5,'-*');
title('静安区供求匹配程度');
subplot(4,2,7);
plot(xi,y6,'-*');
title('杨浦区供求匹配程度');
subplot(4,2,8);
plot(xi,y7,'-*');
title('虹口区供求匹配程度');
程序 2:
V=xlsread('V.xls');
B=eye(16);
C=V+B;
K=0;
while 1
    Cnew=C*(V+B)>0;
    if isequal(C,Cnew)
        Cnew
        K=K+1
        break
    end
    C=Cnew;
    K=K+1;
end
success=xlswrite('V3',Cnew)

```