

# 基于打车软件背景下的出租车资源配置的评价和优化研究

## 摘要

针对问题一，本文建立了两个模型，一是多目标规划下的多因素评价模型，采用基于多目标规划原理的功效系数法，建立评价体系，为对象的不同指标设定功效系数，加权平均后得到评价出租车资源供求匹配程度的综合指标。模型 I 得出的综合指标  $R = 0.63$ ，可认为出租车市场的出租车资源匹配程度为中。模型二是以条件概率为指标，建立基于各地段乘客量与出租车车流量分析下的供求匹配模型，并以北京市为例进行出租车资源供求匹配程度的分析，其中，各路段间的组成关系由路径搜寻算法得出，各路段间某时刻的车流量与其下一时刻之间的转移概率矩阵由模拟数据得出，最后通过该市平均出租车资源分配概率与最优出租车资源分配概率之间的比较得出该市出租车资源匹配程度不佳的结论。

针对问题二，本文建立两个模型，一是在问题一模型 I 的多目标规划下的多因素评价模型基础上，采用模糊综合评价的方法，计算不同补贴方案后的综合评价指标，发现对乘客及司机进行一定的补贴后会对资源配置产生积极影响。二是考虑打车软件背景下的出租车运营模式，从补贴后会增加打车软件市场占有率角度入手，建立柯布-道格拉斯函数形式下的驾乘双方剩余价值模型，量化分析搜寻模式和成本改变后，驾乘双方利益和行为模式的改变，得出补贴政策会在一定程度上缓解打车难问题，但不会根本解决。

针对问题三，此问的求解是在第一问中马尔科夫模型的基础上，结合第二问中各软件公司补贴政策对其所占市场份额的变化建立的预测模型，从而得出乘客及司机补贴金额的范围，并提出新的方案，结果如下：

软件公司	乘客补贴	司机补贴
甲	15.5 元	10 元

**关键词：**出租车 多因素评价 马尔科夫链 道格拉斯 预测

## 一、问题重述

### 1.1 问题的背景

改革开放三十年，城市经济快速发展，人口数量迅速增加，出行量也随之增大。出租车作为城市交通必不可少的一部分，需求量也越来越大。出租车资源配置在市场经济调控下却并没有达到最优，“打车难”成为城市的普遍现象。随着“互联网+”时代的到来，多家打车软件公司开始兴起。打车软件提供了发布和接受的信息平台，减少了驾乘信息不对称现象。2014年，几家打车软件公司展开“价格大战”争占市场份额。

### 1.2 目标任务

问题一：建立合理的指标，并分析不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。

问题二：分析各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助？

问题三：如果要创建一个新的打车软件服务平台，设计什么样的补贴方案，并论证其合理性。

## 二、符号说明

序号	符号	含 义
1	$R$	综合评价指数
2	$a_i$	各指标所对应权重
3	$x_i$	相应权重对应的功效系数
4	$K_{ij}$	$ij$ 路段的系数
5	$t_{ij}$	$ij$ 路段候车时间
6	$p_{ij}$	$ij$ 路段候车乘客的乘车次数(人次/千米)
7	$v_{ij}$	$ij$ 路段空车平均车速(km/min)
8	$d_{ij}$	$ij$ 路段出租车车辆密度(辆/千米)
9	$W$	各地段居民出行周转量 ( $10^4$ 人·km)
10	$K$	空驶率

11	$P_{ij}$	出租车供给量从 $j$ 向 $i$ 转移的转移率
12	$L$	司机每天实载里程
13	$K, \alpha, \beta$	弹性系数
14	$Q_j$	区域 $i$ 和区域 $j$ 的出租车需求量
15	$u_j$	区域 $i$ 和区域 $j$ 之间出租需求量
16	$U$	各级评价因素集
17	$Q$	评价等级集合
18	$E$	不同评价指标的评价矩阵
19	$F$	各级评价因素权重矩阵
20	$B$	综合评价指标
21	$\mu$	评价指数
22	$S^{(n)}$	第 $n$ 次状态变化后市场份额分布矩阵

### 三、模型的建立和求解

#### 3.1 问题一的分析 and 求解

##### 模型 I：多目标动态规划基础上的多因素评价模型

##### 问题的分析

问题一的要求是，建立合理的评价指标来分析不同时空下出租车资源的“供求匹配”程度。在出租车市场，影响出租车资源供给关系的因素有很多：城市的发展水平和城市人口的经济状况、城市规模与道路交通状况、出租车在城市居民出行工具中的结构比例、政府对出租车行业的政策调控、出租车价格、居民在选择出租车为出行工具时所需的经济成本和时间成本以及运营方在选择载客时所需的运营成本等，这些因素都直接和间接的影响着出租车市场的需求和供给关系，而且公共交通状况在不同的空间时间状态下差异较大，因此建立合理的评价指标来分析不同时空状态下出租车资源的“供求匹配”程度，有利实现城市出租车资源的合理配置，最大程度上满足居民不断提高的出行需要。

评价一个出租车市场是否达到资源的有效配置，可以有很多指标，本文在综

合分析出租车供求关系的影响因素后,选择兼顾出租车运营方和乘客满意度的方面来评价,如出租车运营方的满意度受空载率和里程利用率的影响,而乘客满意度取决于乘客的平均等候时间。除此以外还需考虑客观因素对出租车资源的影响,如万人拥有量、出租车占路面交通量的比例等。对于这种多因素评价问题,本文解决问题的基本思想是将对多个指标转化为一个能够反映综合情况的指标来进行评价。

## 模型的建立

多因素评价问题,有多种解决方法,本文采用基于多目标规划<sup>[1]</sup>原理的功效系数法来解决。采用功效系数法<sup>[2]</sup>来评价出租车资源“供求匹配”的程度。这种方法是根据多目标规划原理,建立评价指标体系,本模型选择空载率、万人拥有量、不同时间段出租车占路面交通量比率、乘客平均等候时间、出租车里程利用率、出租车的公共交通分担率 6 个指标,对每一项指标确定权值,分别赋予功效系数,

加权综合后得到出租车供求匹配的综合评价指数  $R$ ,  $R = \sum_{i=1}^6 a_i x_i$ ,  $a_i$  分别为 6 项

指标所对应的权重,  $x_i$  为相应权重对应的功效系数。 $R$  值越大,可认为供求匹配程度越好,  $R$  值越小,可认为供求匹配程度越差。

## 模型的准备

### (1) 名词解释

空载率:所谓“空载率”,一般指出租汽车没有搭载乘客的行车里程在整个运营行车中的百分比。

$$\text{空载率} = \frac{\text{出租的空车数量}}{\text{行驶中的出租车总量}} \%$$

传统的“沿途招车”的营运方式空载率通常在 40%以上,打车软件出现后,空载率有下降。

万人拥有量:反映城市出租车的客观需求,大城市出租车保有量标准 20 辆/万人,中小城市出租车保有量为 15 辆/万人。

候车时间:

$$\text{乘客平均候车时间} = \frac{\sum \text{等车时间}}{\text{总候车次数}}。$$

里程利用率:

$$\text{里程利用率} = \frac{\text{营运载客里程}}{\text{总行驶里程}} \%$$

出租车占路面交通量比率：

$$\text{出租车占路面交通量的比率} = \frac{\text{出租车占路面交通量}}{\text{公路公共交通总量}} \%$$

出租车公共交通分担率：

$$\text{出租车公共交通分担率} = \frac{\text{出租车总量}}{\text{公共交通工具总量}} \%$$

## (2) 数据的准备

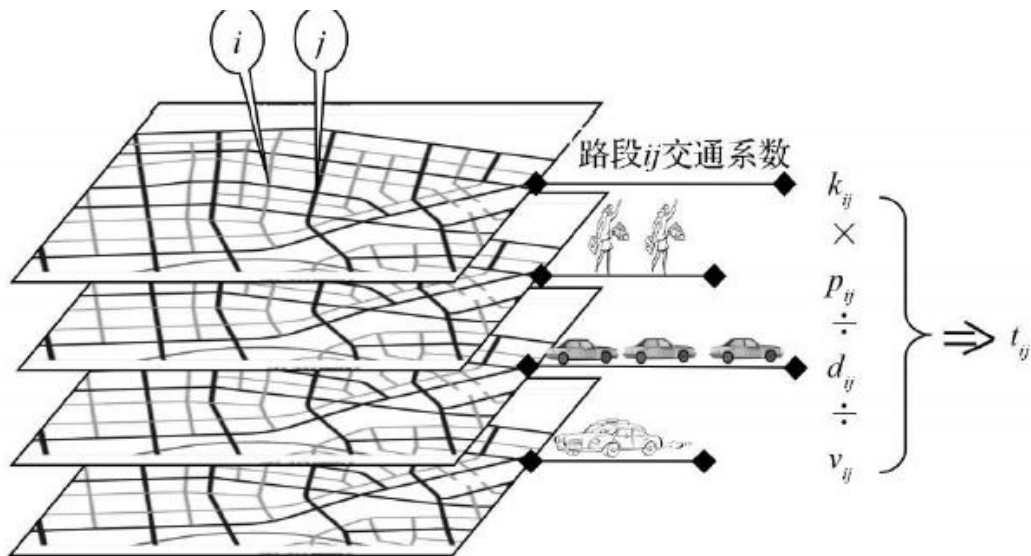
车辆导航定位技术（GPS）和地理信息系统（GIS）的发展，能够提供具有空间分布特征，用于出租汽车资源合理配置的数据，为规划研究数据支撑。本文以北京市为例，对现存的出租车供求匹配程度进行合理评价。

### ① 乘客等车时间

出租汽车的规划是在空间<sup>[3]</sup>上展开的，基于空间信息的城市出租汽车，平均等候时间是在一个空间位置上的，是由车辆密度、车速、候车的乘客人数的函数：

$$t_{ij} k_{ij}$$

其中： $i$ 为路段的起点， $j$ 为路段的终点； $k_{ij}$ 是 $ij$ 路段的系数。各路段平均等候时间计算如下图所示：



注：图片来源为郭燕欣，毛亮.特大城市出租车行业管制效应分析:以北京市为例.北京大学中国经济研究中心.NO.C2006005.

其中  $p_{ij}$  是路段  $ij$  的候车乘客的乘车人次（人次/千米），

$d_{ij}$  是路段  $ij$  的出租汽车车辆密度（辆/千米），

$v_{ij}$  为路段  $ij$  的空车平均车速 (km/min)

路网中总候车时间应是对各个路段的平均等候时间进行候车乘客人次加权平均形式:

时间段	出租车数目	其他汽车数目	行驶汽车总数	出租车比率
13:30—14:30	563	1132	1695	33.22
14:30—15:30	1132	1209	1773	31.81
15:30—16:30	564	1174	1738	32.45
16:30—17:30	440	1272	1712	25.70
17:30—18:30	325	1218	1543	21.06
18:30—19:30	354	977	1331	26.60
19:30—20:30	531	844	1375	38.62

$$T = \frac{\sum_{ij=1}^n t_{ij} k_{ij}}{\sum_{ij=1}^n p_{ij}}$$

其中,  $T$  为总候车时间,  $n$  是全市路段数目。

根据附件中附表 1 和附表 2 提供的数据, 计算得到北京市 2015 年选择出租车为出现方式的居民的平均等候时间  $T = 4.75$ 。

### ②出租车占路面交通量比例

本文使用 9.11 日从中午 11:30 到 20:30, 在北京某路口观察记录下的通过的各交通工具数量, 在此基础上得到出租车占路面交通量比例。本文采用实时监测的数据得到, 某天内北京市某一路口具体的车流状况, 记录下出租车数目和其他汽车数目, 在此基础上得到各个时段出租车占路面交通量的比率。在交通相对拥堵的时段, 不用走固定路线的其他车辆和出租车同样有权选择交通相对不拥挤的路段行驶, 考虑到这种无差异性, 在某一个路段获取的数据具有一定的代表性。本文可以由上表所得数据大致得到, 出租车比率即出租车占路面交通量比例为 30%。如附件表 1 所示:

### ③里程利用率的采集

收集北京几家出租车公司的 6 月 12 号到 6 月 18 号的: GPS 数据如表 2, 可得到里程利用率为 61%

表 2 不同日期下出租车的运行参数

日期	有效行驶 里程/km	空驶里程 /km	日运营总 里程/km	日运营时 间/h	平均运营 速度/km/h	空驶率/%
----	---------------	-------------	---------------	-------------	-----------------	-------

6月12日	91.48	141.13	232.61	17.07	13.63	61
6月13日	83.74	131.88	215.62	16.05	13.43	61
6月14日	87.00	138.73	225.73	17.57	12.85	62
6月15日	85.18	133.72	218.90	16.29	13.44	60
6月16日	94.02	135.84	229.85	16.51	13.92	60
6月17日	86.47	132.00	218.48	16.11	13.56	60
6月18日	74.64	132.87	207.51	16.02	12.95	64
平均值	86.08	135.17	221.24	16.52	13.39	61

#### ④出租车公共交通分担率

由图 1 可大致得到出租车的公共交通分担率为 7%



图 1: 公共交通组成结构

注: 数据来源: 北京交通发展研究中心

#### ⑤万人拥有率和空载率

资料显示, 北京市的万人拥有量为 34 辆/万人, 空载率为 50%。(注: 数据来源, 中国社科院社会建设研究室)

#### 模型的建立和求解:

对于这种多因素的综合评价模型, 本文采用基于多目标规划原理的功效系数评价法。功效系数法的基本步骤:

- 1、确定反映测评对象特征的各项评价指标:  $x_i$ 。
- 2、确定各项指标的满意值, 满意值是在目前条件下可能达到的最优值, 允许值是指该指标所能接受的最低值。满意值和不允许值之差是最为允许变动的参照系。
- 3、计算各项评价指标的功效系数, 对各项指标进行无量纲处理、计算公式

为：

$$\text{功效系数} = \frac{\text{实际值} - \text{本档标准值}}{\text{上档标准值} - \text{本档标准值}}。$$

4、根据各评价指标的重要程度，确定各项指标的权重。

5、计算测评对象的总功效系数，可采用算术平均法计算，亦可采用几何平均法计算，然后根据功效系数值的大小排序其优劣顺序。

根据功效系数法的基本求解步骤来逐步求解模型：

(1) 确定反映测评对象特征的各项指标：本模型中本文确定的指标  $x_i (i=1,2,3,4,5,6)$ ，1-6 分别代表：乘客评价等候时间、空载率、里程利用率、万人拥有量、出租车占路面交通量比例、出租车在公共交通中的分担率。

(2) 为各指标分配权重。平均等候时间是反映乘客感觉出租车方便程度的关键指标。出租车空载率以及里程利用率是反映出租车经营效益和服务质量的重要指标，仅次于平均等候时间。而反映客观需求的万人拥有量、出租车占路面交通量比例和出租车在公共交通中的分担率重要程度较弱。因此本文为 6 个指标分配的权重为：3:2:2:1:1:1。

(3) 计算各项评价指标的功效系数，根据计算后得到的功效系数<sup>[4]</sup> 见附件表 2

(4) 计算总功效系数，得到综合评价指数：根据公式计算，

$$R = \sum_{i=1}^6 a_i x_i = 0.3 \times 0.8 + 0.2 \times 0.5 + 0.2 \times 0.5 + 0.1 \times 0.7 + 0.1 \times 0.7 + 0.1 \times 0.5 = 0.63，$$

(5) 由功效系数法知： $R$  的值为  $(0,0.6]$  时，评价对象为差； $R$  的值为  $(0.6,0.8]$  时，评价对象为中；当  $R$  为  $(0.8,1]$  时，评价对象为好。

## 模型 II 基于各地段乘客量与出租车车流量下的供求匹配模型

### 问题的分析：

问题一要求建立合理指标，分析不同时空出租车资源的供求匹配程度。对于该市出租车的供求匹配关系，细分至每个地段，首先建立模型确定每个地段出租车拥有量及搭乘出租车乘客的数量，然后利用图论中特殊的二分图以及马尔科夫链求出该市出租车供求匹配程度，用概率表示其大小

**模型假设：** 1.假设该市无流动人口

2.不考虑出租车夜间出行需求

3.每个地段出租车均投入运营

### 模型的准备

**相关定义：** 1.行驶里程：出租车行驶的公里数。

2.有效行驶：出租车载客时的行驶状态。



3.无效行驶：出租车空载时（即未载客时）的行驶状态。

4.行驶总里程：一天中出租车有效行驶与无效行驶的里程数之和。

5.出租车平均空驶率：一天中无效行驶里程与行驶总里程之比。

6.马尔科夫性质：对于一个系统，由一个状态转至另一个状态的转换过程中，存在着转移概率，并且这种转移概率可以依据其紧接的前一种状态推算出来，与该系统的原始状态和此次转移前的马尔可夫过程无关。

7.Markov 链：具有马尔科夫性质的离散时间随机过程。

### 模型的建立：

各地段搭乘出租车的乘客的数量：

$$G = A * R * P \quad (1)$$

$R$  为该地段居民人口总量（ $10^4$  人）， $A$  为居民人均日出行次数， $P$  为居民出行方式结构中出租车所占比例。

各地段出租车拥有量<sup>[5]</sup>：

出租车承担的该地段居民出行周转量为

$$W = G * D \quad (2)$$

$W$  单位为（ $10^4$  人·km）， $D$  为居民平均以出租车方式出行的距离（ $10^4$  km）。

该地段出租车总有效行驶里程为

$$L = \frac{W}{S} \quad (3)$$

$S$  为该地段居民乘坐出租车时平均有效车次载客人数（ $10^4$  人）。

设  $K$  为文中所定义的空驶率， $T$  为一天当中出租车平均运行时间（h）， $V$  为出租车平均运营速度， $N$  为该地段运营的出租车总量。

则有

$$K = 1 - \frac{L}{T * V * N} \quad (4)$$

由（4）式可得

$$N = \frac{L}{(1-K)TV} \quad (5)$$

该市出租车供求匹配程度模型：

设  $G = (V, E)$  是一个无向图，把  $V$  分割成两个互不相交的子集  $(A, B)$ ，并且图中的每条边  $(i, j)$  所关联的两个顶点  $i$  和  $j$  分别属于这两个不同的顶点集  $(i \text{ in } A, j \text{ in } B)$ 。用顶点  $A$  表示该市某地段出租车的供给量，用顶点  $B$  表示各

地段搭乘出租车的乘客的数量， $A_i$ ， $B_i$  关联与否由所搜集数据的统计分析得出。

利用马尔科夫链，可做如下分析：用  $A_1, A_2, A_3 \dots$  表示该市各地段出租车供给量， $B_1, B_2, B_3 \dots$  表示各地段搭乘出租车的乘客的数量，在已知搭乘出租车的乘客的数量的条件下，求得该市某地段的供给量  $A_1, A_2, A_3 \dots$  所组成的序列的概率即为供求匹配程度的大小<sup>[6]</sup>。

$$P(A_1, A_2, A_3 \dots | B_1, B_2, B_3 \dots) \quad (6)$$

此为条件概率，由贝叶斯公式将上式转化为

$$P(B_1, B_2, B_3 \dots | A_1, A_2, A_3 \dots) * P(A_1, A_2, A_3 \dots) \quad (7)$$

### 模型假设：

1.  $A_1, A_2, A_3 \dots$  是一个马尔科夫链，即  $A_n$  只由  $A_{(n-1)}$  决定。
2. 各地段第  $i$  时刻的乘客数量  $B_i$  只由出租车供给量  $A_i$  决定。

依据上述假设，可知， $B_1, B_2, B_3 \dots$  是相互独立的，则 (7) 式可转化为：

$$P(B_1 | A_1) * (B_2 | A_2) * (B_3 | A_3) * \dots * P(A_1, A_2, A_3 \dots) \quad (8)$$

此式所得即为该市各地段出租车供给量组成序列的概率，概率越大，供求匹配程度越好，其中概率最大为匹配程度最好的供求关系，即此时出租车资源达到最优配置。

说明：其中，可利用马尔科夫表示  $t$  时刻该地段出租车的供给量模型如下：

$$Ni(t) = \sum Ni(t-1)P_{ji} + Vi(t)$$

$$(i, j = 1, 2, 3, \dots, k \quad t = 1, 2, 3, \dots, n)$$

式中： $k$ —地段数； $Ni(t)$ —时刻  $t$  时地段出租车供给量； $P_{ji}$ —出租车供给量从  $j$  向  $i$  转移的转移率；

$Vi(t)$ —在时间  $(t-1, t)$  内  $i$  所补充的出租车数量。

出租车数量转移率

$$(P) = \frac{\text{转移出的出租车数量}}{\text{原有出租车总量}}$$

结合上述内容，要想求得概率值，需得知以下几点：①各路段间出租车车流量转移概率矩阵；②路段组成序列（每个序列包括所有路段）。

针对①可以通过搜集相关数据得知，针对②，下面利用路径搜寻算法，算法步骤如下：

- (1) 以路段为节点（用  $V_1, V_2, V_3 \dots$  表示），根据各路段出租车转移关系（1 表示相关，0 表示无关）列出各节点及其后继节点的所有关系表示。
- (2) 从第一组关系式中选取一个关系，输出。
- (3) 以选出的节点为起始顶点选取从该节点的关系组中选取一个关系式（如  $V_2 \rightarrow V_n$ ），由于要保证取遍所有的路段，且不重合，这里即  $V_1 \neq V_2 \neq V_n$ ，输出该节点  $V_n$ 。
- (4) 重复步骤（3）

#### 模型的求解：

本文以北京市为例，根据北京市的地区分布，将其分为 14 个区（为与后面区分，以下均称地段）（①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭），首先根据路径搜寻算法求得该市各地段组成的部分序列结果如下所示：

序列	概率
①②③⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑬⑭	$2.47644328 \times 10^{-23}$
②①③⑥⑨⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑬⑭	$2.36447059 \times 10^{-25}$
①②③⑨⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑬⑭	$2.15671245 \times 10^{-23}$
①②③⑤⑥⑨⑧⑦⑩⑪⑫④⑬⑭	$7.84578912 \times 10^{-24}$
①②③⑤⑩⑪⑦⑥⑧⑨⑫④⑬⑭	$2.30645976 \times 10^{-23}$
①②③⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫⑨④⑬⑭	$7.55790862 \times 10^{-24}$
②①③⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫⑨④⑬⑭	$2.05602364 \times 10^{-23}$
①②③⑥⑨⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑬⑭	$4.67965241 \times 10^{-24}$
②①③⑨⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑬⑭	$4.02654891 \times 10^{-25}$
②①③⑤⑥⑨⑧⑦⑩⑪⑫④⑬⑭	$3.01659751 \times 10^{-24}$
②①③⑤⑩⑪⑦⑥⑧⑨⑫④⑬⑭	$4.56137895 \times 10^{-24}$
②①③⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑬⑭	$4.20560847 \times 10^{-25}$
③⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫⑨④⑭⑬①②	$3.26489501 \times 10^{-24}$

③⑥⑨⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑭⑬①②	$5.46895247 \times 10^{-24}$
③⑨⑥⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑭⑬①②	$3.12649865 \times 10^{-25}$
③⑤⑥⑨⑧⑦⑩⑪⑫④⑭⑬①②	$6.95480762 \times 10^{-24}$
③⑤⑩⑪⑦⑥⑧⑨⑫④⑭⑬①②	$5.56127190 \times 10^{-25}$
③⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑭⑬①②	$3.84260549 \times 10^{-25}$
⑤③⑥⑨⑧⑦⑩⑪⑫④⑭⑬①②	$2.96150847 \times 10^{-24}$
⑤⑥⑨⑧⑦⑩⑪⑫④⑭⑬①③②	$2.79804651 \times 10^{-25}$
⑤⑩⑪⑦⑥⑧⑨⑫④⑭⑬①③②	$3.21684095 \times 10^{-25}$
⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑭⑬①③②	$3.46940135 \times 10^{-24}$

由上表可以得出序列①②③⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑬⑭概率最大，序列②①③⑥⑨⑧⑦⑤⑩⑪⑫④⑬⑭概率最小，模型中已经说明，概率的大小反应出租车资源匹配程度，则可以推知北京市的出租车资源的最佳供求匹配为概率最大的出租车车流量序列①②③⑤⑩⑪⑦⑧⑥⑨⑫④⑬⑭

假定在研究期间该市无新的出租车进入，也无出租车退出，各地段之间出租车的调度遵循就近原则且足够供给（各地段之间出租车车流量转移的模拟数据见附件 1 中表 3）

由各地段之间出租车车流量转移的模拟数据计算各区间出租车车流量转移概率矩阵（见附件 1 中表 2）。

由上表及表 2 估算得出该市出租车流量平均分布概率约为  $0.648415782 \times 10^{-23}$ ,与最优路段出租车流量分配概率  $2.47644328 \times 10^{-23}$  相比，该市出租车资源匹配程度明显不佳。

## 3.2 问题二

### 模型分析：

出租车资源的配置存在着不合理性，乘客“打车难”与出租车空驶率高问题同时存在。随着互联网的发展，各软件公司兴起，通过提出不同的补贴方案来吸引顾客，在潜移默化中对出租车资源配置产生了影响，第二问旨在比较不同补贴方案对出租车资源配置产生的影响，进而分析各公司的补贴方案是否对“打车难”有所帮助。

由第一问，出租车资源的配置是否合理主要取决于时间及空间分布的合理性。在时间及空间分布一定的情况下，可将乘客及出租车司机的满意程度作为评价指标。由此可分为两级，采用模糊综合评价法计算在考虑不同时空的情况下乘客及司机的满意程度，计算得评价等级。并模拟不同方案对乘客及司机的满意程

度计算得不同补贴方案对出租车资源配置的影响，分析得是否有帮助。

### 模型建立：

对出租车资源配置的评价为多因素的，本文主要分级考虑时间、空间及乘客满意度、司机满意度的综合评价。确立一级评级因素集：

$$U = \{u_1, \dots, u_j\}$$

二级评价因素集：

$$U_1 = \{u_{11}, \dots, u_{1j}\}$$

给出评价等级集合：

$$Q = \{4, 3, 2, 1\} = \{\text{合理, 较合理, 较不合理, 不合理}\}$$

在给各级评价因素分配权重, 列出评价矩阵, 并分析不同补贴方案对各因素的影响, 改变其评价指标, 计算相应的综合评价结果, 并进行比较。

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_j \end{pmatrix}, E_i = [e_{ij}]_{k \times n}$$

进行综合评价，其评价模型为：

$$B_m = F \circ \begin{pmatrix} F_1 \circ E_1 \\ \vdots \\ F_2 \circ E_j \end{pmatrix}$$

采用加权平均原则计算评价结果：

$$\mu_m^* = \frac{\sum_{i=1}^n g(q_i) \cdot s_i^k}{\sum_{i=1}^n s_i^k} \quad (m = 1, 2, 3, 4)$$

参考各公司的补贴方案，估计不同补贴方案下的评价矩阵，计算比较几种不同补贴方案最后计算得出的结果，通过结果说明补贴方案对出租车资源配置的影响。

### 模型假设：

各公司的补贴方案对出租车资源配置的时间及空间分布无影响。

### 模型求解：

1.本问旨在讨论当前出租车资源配置的合理性，主要考虑因素为不同时间及不同空间时的配置，因此给定一级评价指标为时间与空间：

$$U = \{u_1, u_2\} = \{\text{时间分布, 空间分布}\}$$

2. 考虑过时间及空间的分布差别及合理性后, 还要具体考虑影响在特定时间空间中其他的影响因素, 在特定的时间内可看作对乘客及出租车司机的需求满足的合理性讨论, 由此给定二级评价指标:

$$U_1 = \{u_{11}, u_{21}\} = \{\text{乘客满意度, 司机满意度}\}$$

3. 给出评价等级集合:

$$Q = \{4, 3, 2, 1\} = \{\text{合理, 较合理, 较不合理, 不合理}\}$$

4. 不同级的评价指标权重:

出租车的资源配置主要是希望满足司机及乘客的需求, 因此本文在综合评价中一级与二级评价指标权重为:

$$F = \{0.4, 0.6\}$$

5. 确定一级评价指标的权重:

由于出租车配置需满足时间及空间的要求。本文就北京市为例, 由2013北京交通发展年度报告看出, 早晚高峰时段分别在7:00-9:00, 17:00-19:00 (见附件2图1, 2), 且早晚高峰期4个小时的车流量约占60%。北京的人口分布密度图 (见附件2图3) 可看出市区越中间人口密度越大, 相应的需求量就越大。由以上数据可看出不同空间及时间分布会对需求量产生很大的影响。其中, 在不同空间, 早晚高峰期时间相同, 因此, 空间的对出租车配置的影响大于时间的影响。确定时间与空间的权重为:

$$F_1 = \{0.3, 0.7\}$$

6. 确定二级评价指标的权重:

A. 乘客满意度: 假设乘客不会因为出租车司机的个人因素对是否乘坐出租车产生影响, 因此, 在价格确定的情况下, 乘客满意程度往往取决于其等待出租车的时间。研究表明, 乘客等待出租车的时间约为15分钟, 此数据满足79%的卡方检验范围。等车时间的平均误差在4.5分钟, 小于5分钟的概率为85%<sup>[7]</sup>。

北京的常住人口达2069.3万人, 其中日均出行总量达3033万人次 (不含步行), 出租车出行量为199完人次/日。出租车占公共交通的比率为6.6% (见附件2表1), 比率较小, 因此可看作影响因素较小。

B. 司机满意程度: 出租车司机不仅仅面对着巨大的竞争压力, 还要上交昂贵的“份子钱”, 他们不得不花费更长的时间来工作。因此, 司机往往会综合各方面因素来追求最大利益。

北京出租车价格:

(1) 北京的出租车起步价为13元, 超过3公里的为2.3元每小时。

(2) 当行驶速度小于12km/h时，高峰期每5分钟加2元，其他时段加1元。

(3) 提前4小时预约每次6元，4小时之内每次5元。

(4) 当行驶距离超过15公里时，由于距离较远，司机要回到起始点的过程可能会处于空驶情况，造成损失。因此当行驶距离超过15公里时，每公里要加50%的空驶费用。

(5) 夜间23:00-5:00, 加收20%的费用。

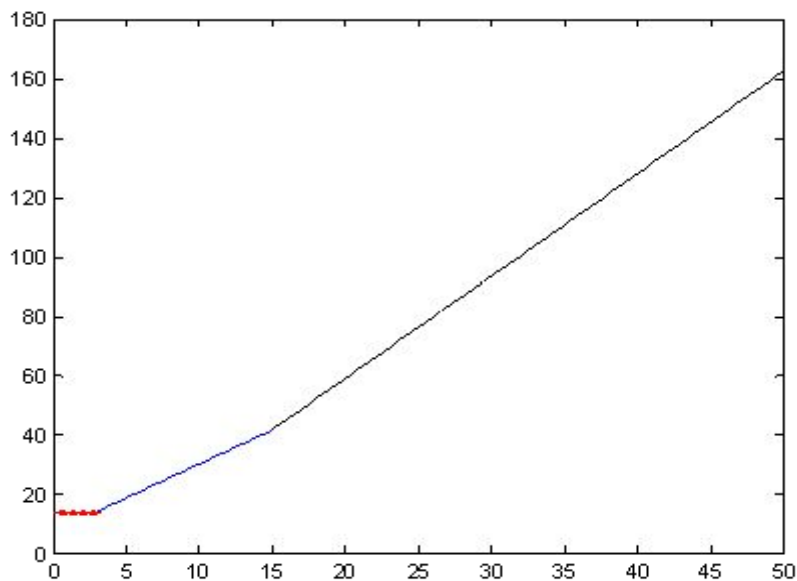
(6) 合乘部分收取原本费用的60%。

(7) 加收燃油费1元。

在不考虑夜间行驶、堵车及预约的情况下，设行驶距离为与收取费用有线性关系：

$$y = \begin{cases} 14, & x \leq 3 \\ 2.3x + 7.1, & 3 < x \leq 15 \\ 3.45x - 20.15, & x \geq 15 \end{cases}$$

编写 Matlab 程序画出该函数的图像如下：



行驶速度在早高峰约为26km/h, 晚高峰约为23.5km/h (见附件2表2)。

人口密度大的地方有更多的需求量，有效行驶的里程较多，然而速度较慢。夜间的价格较高，但需求较小。当有多个乘客合乘时，司机可以赚取更高的利益，因此，司机会希望有更多的乘客合乘。每次载客司机都可收取一次的燃油费。综合上述行驶速度与收取费用的函数，司机更希望多次载客，且距离较近。

由以上司机及乘客的考虑，给定二级评价指标权重：

$$F_2 = \{0.3, 0.7\}$$

### 7. 确定评价矩阵:

根据出行量、出行原因及出行时间分布（见附件2表3，4），对于不同出行目的的人群对于时间分布有不同的评价，由此给出时间分布模拟评价指标：

$$E_{11} = (0.1 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.2)$$

不同人口密度的地方人口需求量不同，且出租车拥有量不同，根据现有数据给出空间分布评价指标：

$$E_{12} = (0.3 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0.1)$$

根据人口密度分布及大众对打车难的实际情况给出乘客满意度的评价矩阵：

$$E_{21} = (0.1 \quad 0.2 \quad 0.4 \quad 0.3)$$

根据当今出租车司机的实际反应情况及对出租车行业价格等的分析给出司机满意程度矩阵：

$$E_{22} = (0.1 \quad 0.1 \quad 0.5 \quad 0.3)$$

### 8. 进行综合评价:

由于以上因素没有明显主次之分，应采用综合程度较强的算法，要综合考虑各因素对出租车资源配置的影响。因此使用  $M(\cdot, \oplus)$  算子。

计算二级评级指标

$$\begin{aligned} E_1 &= F_1 \circ E_{1i} = (0.3 \quad 0.7) \circ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix} \\ &= (0.24 \quad 0.3 \quad 0.33 \quad 0.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= F_2 \circ E_{2i} = (0.3 \quad 0.7) \circ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix} \\ &= (0.1 \quad 0.13 \quad 0.47 \quad 0.3) \end{aligned}$$

计算综合评价指标:

$$\begin{aligned} B &= F \circ E_i = (0.4 \quad 0.6) \circ \begin{pmatrix} 0.24 & 0.3 & 0.33 & 0.13 \\ 0.1 & 0.13 & 0.47 & 0.3 \end{pmatrix} \\ &= (0.156 \quad 0.198 \quad 0.414 \quad 0.232) \end{aligned}$$

因需综合考虑，最大隶属原则会使数据丢失较多，因此采用加权平均来计算



评价（因要控制较大值的作用，取待定系数  $k$  为 2）：

$$\mu^* = \frac{\sum_{i=1}^2 g(q_i) \cdot s_i^2}{\sum_{i=1}^2 s_i^k} = \frac{4 \times 0.156^2 + 3 \times 0.198^2 + 2 \times 0.414^2 + 1 \times 0.232^2}{0.156^2 + 0.198^2 + 0.414^2 + 0.232^2} = 2.1179$$

由评价等级可看出 2.1179 处于较合理与较不合理之间，并且偏向较不合理，说明就模拟数据而言，在考虑时空不同的情况下，司机及乘客均认为出租车资源配置较不合理。

以上结果为各公司为提出补贴方案之前的配置合理性情况。实际情况中，各软件公司会提出一定的补贴方案来吸引消费者，并且会不定期改变补贴方案以适应不断变化的市场。本文根据四家软件公司的不同补贴方案（见附件2表5）整合简化为下表：

软件公司	乘客补贴	司机补贴
大黄蜂打车	无	无
摇摇招车	15 元体验金	无
滴滴出行	10 元	10 元
快的打车	13 元	15 元

$m=1,2,3,4$  时分别表示大黄蜂打车，摇摇招车，滴滴出行，快的打车。

以上补贴方案均为对乘客或司机的现金补贴，吸引消费，可以看作对时间及空间的分布无影响。且各软件公司通过对司机调度，获取乘客所处位置后能及时调度司机过去，因此大大降低了乘客的等待时间。模拟数据估计不同补贴方案对乘客及司机的满意程度评价矩阵得下表：

软件公司	$E_{21}$ 乘客满意程度评价矩	$E_{21}$ 司机满意程度评价矩
大黄蜂打车	(0.2 0.4 0.3 0.1)	(0.1 0.1 0.5 0.3)
摇摇招车	(0.4 0.3 0.2 0.1)	(0.1 0.1 0.5 0.3)
滴滴出行	(0.3 0.3 0.3 0.1)	(0.2 0.2 0.4 0.2)
快的打车	(0.3 0.4 0.2 0.1)	(0.3 0.3 0.3 0.1)

分别计算  $R_1, R_2$  得下表：

软件公司	$E_1$	$E_2$

大黄蜂打车	(0.24 0.3 0.33 0.13)	(0.13 0.19 0.44 0.24)
摇摇招车	(0.24 0.3 0.33 0.13)	(0.19 0.16 0.41 0.24)
滴滴出行	(0.24 0.3 0.33 0.13)	(0.23 0.23 0.37 0.17)
快的打车	(0.24 0.3 0.33 0.13)	(0.3 0.33 0.27 0.1)

计算综合评价矩阵  $B$ ，再根据矩阵求得评价指数  $\mu$  得下表：

软件公司	$B$	$\mu$
大黄蜂打车	(0.174 0.234 0.396 0.196)	2.2744
摇摇招车	(0.21 0.216 0.378 0.196)	2.3545
滴滴出行	(0.234 0.258 0.354 0.154)	2.5636
快的打车	(0.276 0.318 0.294 0.112)	2.8721

根据评价等级来看，四家软件公司在提出一定的补贴方案之后仍均处于较合理与较不不合理之间，但四家公司离较合理的差值越来越小，因此可见一定的补贴方案对出租车资源配置起积极作用。

大黄蜂打车没有现金补贴，但因为均利用先进的互联网技术使乘客满意度增加，因此也对出租车资源配置起积极作用。摇摇招车的补贴方案主要是针对乘客给予现金奖励，并且奖励金额最多，但是由于对出租车司机的激励作用不大，对资源配置的影响力不及滴滴出行与快的打车。

滴滴出行与快的打车均对乘客、司机进行补贴激励，因此产生影响稍大，而滴滴出行的补贴金额少于快的打车，因此快的打车的补贴方案最优。且一定的补贴方案确实能使出租车资源配置更优。

### 模型Ⅲ柯布-道格拉斯函数形式下的驾乘双方剩余价值模型

#### 问题分析

贴政策（补贴方案见附件）会刺激用户群体的增多，因而增加其市场占有率，基于此前提本文探讨此种改变对供求双方行为模式的影响，进而得出这种补贴政策能否解决打车难问题。由第一问的模型基础上，本文可以知道影响出租车供求匹配的关系的各项指标随时间在变化着，出租车市场营运模式也在不断变化。

出租车传统巡营模式下的打车难问题主要集中在由驾乘双方信息不对称引起的空驶率过高的现象，而打车软件的兴起以及各大公司的补贴政策能否有效解决这一问题本文研究的重点。

打车软件的补贴政策会使驾驶员和乘客双方的行为成本降低，因此本文建立在柯布-道格拉斯<sup>[8]</sup>函数形式下的驾乘双方剩余价值模型。在打车软件背景下，量化分析成本改变的基础上，驾驶员和乘客双方利益的变化情况，进而分析评价补贴政策而导致的打车软件市场占有率增加后，驾乘双方利益的变化，而这一改变能否改变打车难的现象。

假设出租车市场供求关系平衡，在补贴政策的背景下，本文考虑驾驶员和乘客个体行为的改变模式。

## 模型的准备

### 名词解释：

信息不对称<sup>[9]</sup>：是指在市场经济活动中，各类人员对有关信息的了解是有差异的；掌握信息比较充分的人员，往往处于比较有利的地位，而信息贫乏的人员，则处于比较不利的地位。出租行业的信息不对称是指通常情况下出租车司机对本地的交通路况十分清楚，所以驾驶者会选择性避开交通拥堵区域和选择乘车需求高的区域，导致了高峰时段和偏远地区打车难的现象

### 模型的分析 and 建立

本文采用柯布-道格拉斯函数形式来建立实载里程与价格的关系：

$$L = f(p, t) = kp^\alpha t^\beta; \quad \frac{\partial L}{\partial p} < 0, \quad \frac{\partial L}{\partial t} < 0。$$

$$t = g(m) = k_1 m; \quad \frac{\partial t}{\partial m} < 0$$

$$m = a(v)$$

其中  $L$  是司机每天实载里程， $p$  是出租车运价， $t$  是乘客等待时间， $m$  是司机的空驶里程，乘客等待时间和驾驶员的空载路程成负相关。 $V$  是司机的平均运行速度。 $K, \alpha, \beta$  是弹性系数。

驾乘双方的利益表示

(1) 驾驶员的利益表示：

$$w = pL - c(L + m) \quad (1)$$

其中： $w$  代表驾驶员的收入， $p$  是出租车运价， $V$  是出租车平均行驶引起的一系列消耗成本的平均。 $(L + m)$  代表驾驶员行驶路程总和。

(2) 乘客的打车行为导致的消费剩余价值：

$$w_1 = \int_0^L \left( \frac{x}{kk_1^\beta m^\beta} \right)^\alpha dx - pL$$

$$= \begin{cases} \left( \frac{1}{kk_1^\beta m^\beta} \right)^\alpha (\ln x|_0^L) - pL, \alpha < -1 \\ \text{无意义}, -1 \leq \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

由上述表达示可知，驾乘双方可知的利益和消费价值受出租车运价和空驶率的制约。

接下来本文进一步分析，打车软件的补贴政策是如何改变上述两个指标和影响驾乘双方受益。

传统的出租车巡营模式，驾驶员和乘客之间存在信息不对称现象，驾驶员凭借个人经验来搜寻乘客，会导致出现道路拥挤区域和偏远地区的乘客很难达到车的现象，而打车软件背景下，驾驶员和乘客之间信息不对称问题得到相对解决，驾驶员的搜寻模式也会相应改变。

#### (1) 传统巡营模式司机的搜寻行为

出租车巡营路网中，驾驶员的选择行为是离散选择行为，假设它满足 Gumbel 分布<sup>[1]</sup>驾驶员从起点区域*i*到达乘客所在地区域*j*的概率  $p_{ij}$ ：

$$p_{ij}^1 = \frac{e^{-\theta(u_{ij} - \mu Q_j)}}{\sum_{k \in J} e^{-\theta(u_{jk} - \mu Q_k)}} \quad (3)$$

其中： $\theta$ 为驾驶员个人经验值，其值越大，其对路面的熟悉程度就越高， $u_{ij}$ 为由区域*i*到区域*j*的空载里程， $Q_j$ 位于区域*i*和区域*j*的出租车需求量，则

$Q_j = \sum_{j \in J} q_{ij}$ ， $J$ 是搜索的目标区域， $q_{ij}$ 是区域*i*和区域*J*之间出租需求量。

从区域*i*到区域*j*的单次期望空驶里程  $u_j = \sum_{j \in J} u_{ij} p_{ij}^1$ ，由区域*j*产生的空驶出租车总量为  $Q_j$ ，则传统巡营模式下所产生的出租车空驶里程：

$$m = \sum_{j \in J} Q_j u_j^1 = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} q_{ij} \sum_{i \in I} u_{ij} p_{ij}^1 \quad (4)$$

#### (2) 打车软件背景下的搜寻模式

假设在此背景下区域*i*和区域*j*内所有出租车都装有打车软件。

在打车软件的背景下，不需考虑目标区域待乘乘客量，也不需考虑驾驶员个人经

验值。因此驾驶员从起点区域  $i$  到终点区域  $j$  的概率  $p_{ij}$ ：

$$p_{ij} = \frac{e^{-u_{ij}}}{\sum_{k \in j} e^{-u_{ik}}}, \quad (5)$$

同理求得打车软件背景下的所产生的出租车空驶里程：

$$m_1 = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} q_{ij} \sum_{i \in I} u_{ij} p_{ij} \quad (6)$$

### 模型的求解：

经过以上分析可知，空驶率决定着驾乘双方的利益，本文根据实际情况分别建立传统和软件背景下的仿真数据，确立各个方程参数，求得两种情况下驾乘双方的利益。然后分析根据出现补贴政策否，打车软件市场占有的改变值，求出驾乘双方利益所得，最后比较补贴前后的差值。进而得出补贴能否解决打车难问题。建立路网图，设该交通网中有 6 个区域，建立仿真数据得到该路网内的路程矩阵见附件 3 中表 1，以及 6 个区域内出租车需求量矩阵见表 2。

假定驾驶员的  $\theta$  值为 0.5，根据表中的数据 and 式 (3) 和式 (5) 分别得出传统巡营方式下和打车软件背景下的  $p_{ij}$ ，如下表：

传统巡营模式的搜寻概率矩阵						
	1	2	3	4	5	6
1	0	0.1	0.03	0.18	0.02	0.67
2	0.1	0	0.4	0.02	0.38	0.1
3	0.03	0.4	0	0.3	0.08	0.2
4	0.18	0.02	0.3	0	0.3	0.18
5	0.02	0.38	0.08	0.3	0	0.14
6	0.67	0.1	0.2	0.18	0.14	0

打车软件的搜索概率矩阵						
	1	2	3	4	5	6
1	0	0.03	0.03	0.25	0.23	0.47
2	0.03	0	0.2	0.02	0.17	0.68
3	0.03	0.2	0	0.1	0.08	0.2
4	0.25	0.02	0.3	0	0.1	0.53

5	0.23	0.17	0.08	0.1	0	0.42
6	0.47	0.68	0.67	0.53	0.42	0

根据表中数据和式(4)和式(6)可分别求出传统巡营模式下的空驶里程和使用打车软件后的空驶里程。

$$m = 5027km, \quad m_1 = 3908km$$

由此可见，打车软件有助于减少出租车的空驶率。提高出租车系统的运行效率。根据实际情况设置公式(1)和(2)的参数。

设： $k_1 = 50000, k_2 = 3000, \alpha = 0.2, \beta = 0.1$ ；设出租车单日运行成本是 600 元，运价为 3 元/千米。

根据公式可求得不同市场占有率下，驾乘双方的利益所得，若出租车市场全部是传统模式，驾驶员的利益所得为 16000，而乘客的剩余价值为 12000。若市场上全部是打车软件轿车，经计算驾驶员的利益所得为 18000，而乘客的剩余价值降为 10020。改变打车软件的市场份额后，驾驶员的利益在不考虑其他非相关因素的情况下，利益所得是成线性增长<sup>[1]</sup>。而乘客的剩余价值则成线性下降。两者之间存在平衡点，使得社会价值达到最大。所以打车软件的市场份额不可能为 1。

综上所述，随着打车软件使用率的逐渐增大，出租车剩余价值大幅增大，乘客剩余价值与社会福利缓慢下降。这意味着使用打车软件能使空驶里程减小，出租车成本降低，能获得较高的收益，但是乘客会增加一定的等候时间，乘客剩余价值下降。可以得到，补贴政策会一定程度上缓解打车难的问题，但因乘客等待时间变成，时间的成本增大限制了出现质量，打车难问题并未根本解决。

### 3.3 问题三

#### 问题的分析：

第三问要求设计新的补贴方案，并分析其合理性。

针对此问，基于第二问对补贴政策的考虑，建立马尔科夫预测模型，根据不同补贴政策对乘客和司机的影响，利用马尔科夫预测模型对各软件所占市场份额的变化进行分析得出乘客及司机补贴金额的范围，从而提出新的方案，由于此方案是在分析过后的基础上所得，所以其设计必然是合理的。

#### 模型的建立：

根据车流量将北京市分为 3 个区（即出租车车流量地三种状态）：高峰区，正常区，低峰区（图示 1），根据北京市的地域分布，将其分为 14 个地段，画出各地段人流量散点图（图示 2），一般地，在不考虑特殊的情况下，认为

人流量大的地方出租车的车流量越大，即出租车车流量随人流量的变化而变化，（各地段出租车的拥有量的数据及各地段搭乘出租车的乘客的数量数据见表1），由图示2,可以看出：

处于高峰状态有：⑥，⑦，⑧，⑨

正常状态的有：③，④，⑤，⑩，⑪，⑫

低峰状态的有：①，②，⑬，⑭

由图可看出：

$M_{11} = 3$ （高峰→高峰）⑥→⑦，⑦→⑧，⑧→⑨

$M_{12} = 1$ （高峰→正常）⑨→⑩

$M_{13} = 0$ （高峰→低峰）无

$M_{21} = 1$ （正常→高峰）⑤→⑥

$M_{22} = 4$ （正常→正常）③→④，④→⑤，⑩→⑪，⑪→⑫

$M_{23} = 1$ （正常→低峰）⑫→⑬

$M_{31} = 0$ （低峰→高峰）无

$M_{32} = 1$ （低峰→正常）②→③

$M_{33} = 2$ （低峰→低峰）①→②，⑬→⑭

则转移概率矩阵为：

$$P = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{4}{6} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

针对各打车软件补贴方案所得用户在高峰区、正常区、低峰区出租车情况变化表：

t-1 \ t	高峰区	正常区	低峰区
高峰区	0.75	0.25	0

正常区	0.166	0.667	0.167
低峰区	0	0.333	0.667

各软件市场份额表：

软件	滴滴	快的	其他
市场份额	0.449	0.544	0.007

设三种软件初始的市场份额为：

$$S = (0.449, 0.544, 0.007)$$

由表中数据可得如下矩阵：

$$P = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 & 0 \\ 0.166 & 0.667 & 0.167 \\ 0 & 0.333 & 0.667 \end{pmatrix}$$

则对北京市使用三种软件乘坐出租车的数量进行预测，北京市之后使用三种软件的市场份额模型<sup>[10]</sup>为

$$S^{(n)} = S^{(n)} * P$$

用 Matlab 求得：

$$S^{(1)} = (0.4271, 0.4774, 0.0955)$$

随着时间的不断变化，市场份额不断变化，以时间为迭代指标，当迭代达到一定次数，如次数取 100 时得：

$$S^{(100)} = (0.3066, 0.4618, 0.2316)$$

可以看出：随着时间的推移，得出的市场份额变化趋势为：滴滴和快的软件处于下降趋势，且滴滴的下降幅度较快的大，而其他的软件市场份额则会相应地增加

### 模型的求解：

依据上述模型及求解方法，同样的可以分析出各软件公司的补贴政策与乘客满意程度之间的关系，结果如下：

$$S^{(6)} = (0.1916, 0.5222, 0.2861)$$

结合其原先市场份额，进行比较可以得知随着时间的推移，由于‘快的’公司给与乘客补贴的金额较大，随着时间的推移，其仍然占有有一定市场份额，给与乘客补贴金额最大的（如其他），所占市场份额逐渐增大，而给与乘客补贴金额较小的‘滴滴’公司在市场中所处份额大幅度降低，由于市场资源有限，以上市场份



额在迭代一定次数之后便会达到相对稳定，上述结果即是在迭代 6 次达到相对稳定，表明，在一定程度上的乘客补贴会对公司的市场发展具有一定的优势，根据各软件公司的补贴政策，以及所求出的增长率，求出对乘客的补贴范围约为 (12.9528,15.69775)，简化后可为 (12.95,15.70)。

其中增长率求解为：

$$V = \frac{P_n - P_0}{n}$$

$n$  表示迭代次数， $P_0, P_n$  分别表示初始迭代和第  $n$  次迭代的市场份额值

补贴金额求解为：

$$W = W_0 * (1 + V)$$

$W_0$  表示各公司补贴

三个软件公司的补贴政策使乘客满意的程度变化关系模拟数据见附件 4 表 1 同样的，分析出各软件公司的补贴政策与司机满意程度之间的关系，结果如下：

$$S^{(5)} = (0.4703, 0.3601, 0.1696)$$

结合市场原先份额，进行比较可以得知，随着时间的推移，虽然‘快的’公司对司机的补贴金额最高，但是‘快的’公司的却市场份额大幅度降低，而‘嘀嘀’公司虽然在降低，但是下降幅度很小，而其他没有给与司机补贴的公司市场份额反而增大，此结果迭代次数为 5，同理，根据补贴政策与乘客之间关系的求解模型求出对司机的补贴范围应为 (0.03252, 9.99574)，初步估计可为 (0, 10)。

三个软件公司的补贴政策使司机满意的程度变化关系模拟数据见附件 4 表 2 综合以上分析得出：对于新的补贴政策需适当增加对乘客的补贴，并保留一定的司机补贴。

以下为新的补贴方案：

软件公司	乘客补贴	司机补贴
甲	15.5 元	10 元

## 四、模型的评价和推广

### 模型的评价

优点：

- (1) 多因素评价模型从不同方面分析出租车资源的供求匹配程度，减少了单一

评价标准造成的误差，为问题的分析提供了可靠的依据。

(2) 本文同时建立了各指标影响下各打车软件在市场中所占份额模型，该模型简单，且对于现实生活中公司针对各方面影响因素所作出的决策的调整具有实际意义。

(3) 驾乘双方的剩余价值模型，对驾驶员利益和顾客的剩余价值进行定量分析，较之以往的空载率、等候时间为指标更加直接客观。

缺点：

(1) 由于市场中存在着诸多因素影响市场份额，而该模型只能同时考虑一种因素，各因素之间又是存在着或多或少的联系的，因此，此模型的准确度不高，只能用来进行粗略估计。

(2) 求解过程中数据的来源无法准确得到，数据存在一定的不合理性，可能导致结果的不准确。

### 模型的推广

本文前两问中的模型可以推广至路径寻优，商家利益最大化，输水供应最优化等实际问题中，第三问中的模型可推广至商家对市场发展的预测分析，信号识别，语音识别等问题中。

### 参考文献

- [1] 张琦.多目标综合评价出租车服务质量评价中的应用[J].经济师, 2007 (9) .
- [2] 刘鸿婷.出租车运力规模评价与优化模型.大连: 大连海事大学, 2011.
- [3] 郭锐欣, 毛亮.特大城市出租行业管制效应分析: 以北京市为例.北京大学中国经济研究中心.No.C2006005.
- [4] 陈燕申.出租汽车服务水平及指标标准化[J].标准科学, 2009.
- [5]陆建, 王炜.城市出租车拥有量确定方法.交通运输工程学报, 2004:4(1):93.
- [6]刘河生, 高小榕, 杨福生.隐马尔科夫模型的原理与实现.国外医学生物医学工程分册, 2002:25(6):253-259.
- [7]
- [8] Douglas G W. Price regulation and optimal servicestandards: The taxicab industry[J]. Journal of TransportEconomics and Policy, 1972, 6(2): 116-127.
- [9] 袁长伟, 吴群琪. 不同目标下城市出租车最优实载率模型[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2014.
- [10]林根祥, 冯国红.市场调查与预测.武汉:武汉理工大学出版社, 2014.

附件 1:

表 1 各指标的功效系数

指标	权重	指标值	功效系数
乘客等车时间/(min)	0.3	<2.5	1
		2.5-5.0	0.8
		5.0-7.5	0.7
		7.5-10	0.6
出租车空载率	0.2	0.0-0.2	0.5
		0.2-0.3	0.7
		0.3-0.4	1
		0.4-0.5	0.7
		0.5-1.0	0.5
里程利用率	0.2	>0.8	1
		0.7-0.8	0.7
		<0.7	0.5
出租车公共交通分担率	0.1	0.0-0.05	0.5
		0.05-0.1	0.7
		0.1-0.2	1
		0.2-0.3	0.7
		0.3-1.0	0.5
出租车万人拥有量/(辆/万人)	0.1	0-10	0.5
		10-20	0.7
		20-30	1
		30-40	0.7
		>40	0.5
出租车占路面交通量比例	0.1	0-0.2	0.3
		0.2-0.3	0.5
		0.3-0.6	0.8
		0.6-1	0.5

表2 各地段之间幸福出租车车流量转移概率

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
①	0.66 41	0.04 5	0.09 7	0.11 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.07 79	0
②	0.06	0.73	0.21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
③	0.01	0.01 6	0.83 9	0.02 9	0.01 9	0.04 6	0	0	0.041	0	0	0	0	0
④	0.00 4	0	0.03	0.88 3	0	0	0	0	0.031	0	0	0.03 7	0.00 7	0.00 8
⑤	0	0	0.04 9	0	0.61 7	0.13 3	0.10 3	0	0	0.09 8	0	0	0	0
⑥	0	0	0.00 3	0	0.00 2	0.98 2	0.00 31	0.004	0.004 2	0	0	0	0	0
⑦	0	0	0	0	0.00 35	0.00 45	0.97 82	0.004 9	0	0.00 13	0.00 22	0	0	0
⑧	0	0	0	0	0	0.00 15	0.00 1	0.994 45	0.001 9	0	0.00 11	0	0	0
⑨	0	0	0.00 078	0.00 049	0	0.00 18	0	0.000 9	0.993 83	0	0	0	0.00 1	0.00 12
⑩	0	0	0	0	0.00 82	0	0.02 34	0	0	0.95 2	0.01 64	0	0	0
⑪	0	0	0	0	0	0	0.01 88	0	0	0.00 6	0.93 54	0.01 28	0	0
⑫	0	0	0	0.01 51	0	0	0	0	0.026 4	0	0.01 81	0.94 04	0	0
⑬	0.02 05	0	0	0.03 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.91 28	0.03 07
⑭	0	0	0	0.03 07	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01 89	0.09 504

表3 各地段之间出租车车流量转移的模拟数据

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
①	102	7	15	18	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0
②	10	123	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
③	12	20	1036	35	23	57	0	0	51	0	0	0	0	0
④	7	0	51	1443	0	0	0	0	54	0	0	62	11	13
⑤	0	0	10	0	124	27	21	0	0	20	0	0	0	0
⑥	0	0	23	0	14	7387	24	30	32	0	0	0	0	0
⑦	0	0	0	0	24	31	6700	34	0	9	15	0	0	0
⑧	0	0	0	0	0	35	24	23236	45	0	26	0	0	0
⑨	0	0	16	10	0	37	0	20	20238	0	0	0	21	24
⑩	0	0	0	0	7	0	20	0	0	812	14	0	0	0
⑪	0	0	0	0	0	0	25	0	0	8	1280	17	0	0
⑫	0	0	0	20	0	0	0	0	35	0	24	1248	0	0
⑬	4	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	178	6
⑭	0	0	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	8	402

附件 2:

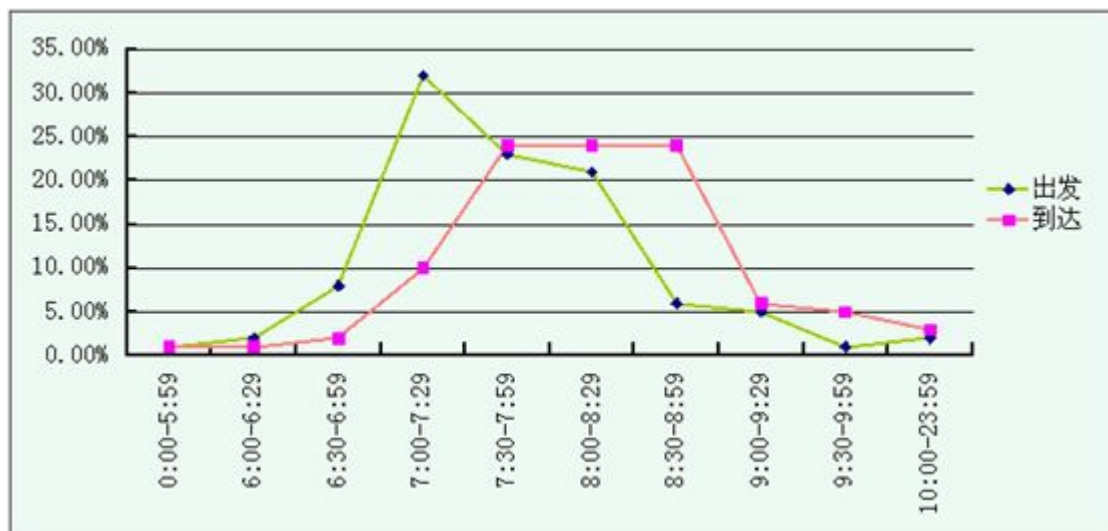


图1 北京市早高峰时间分布图

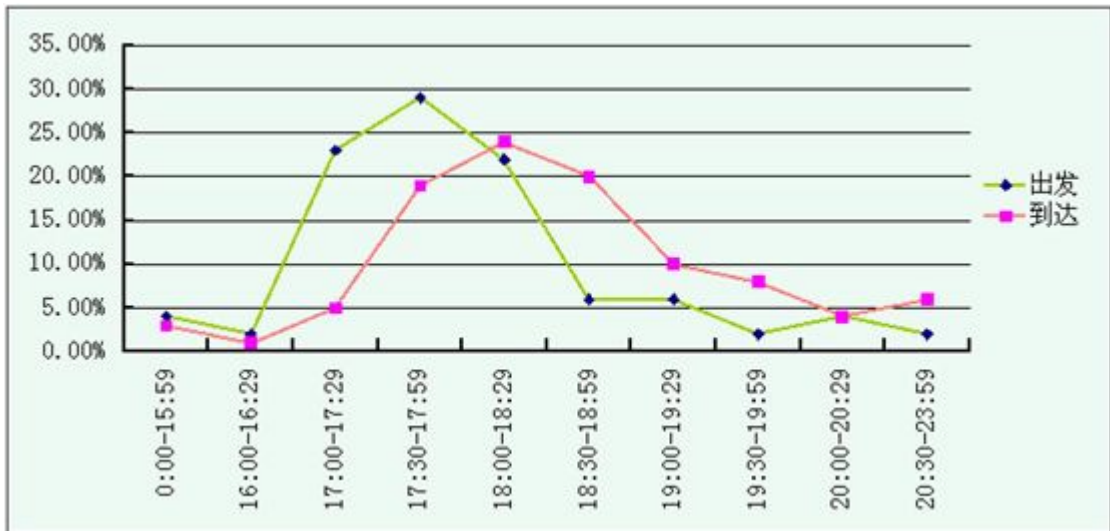


图2 北京市晚高峰时间分布图

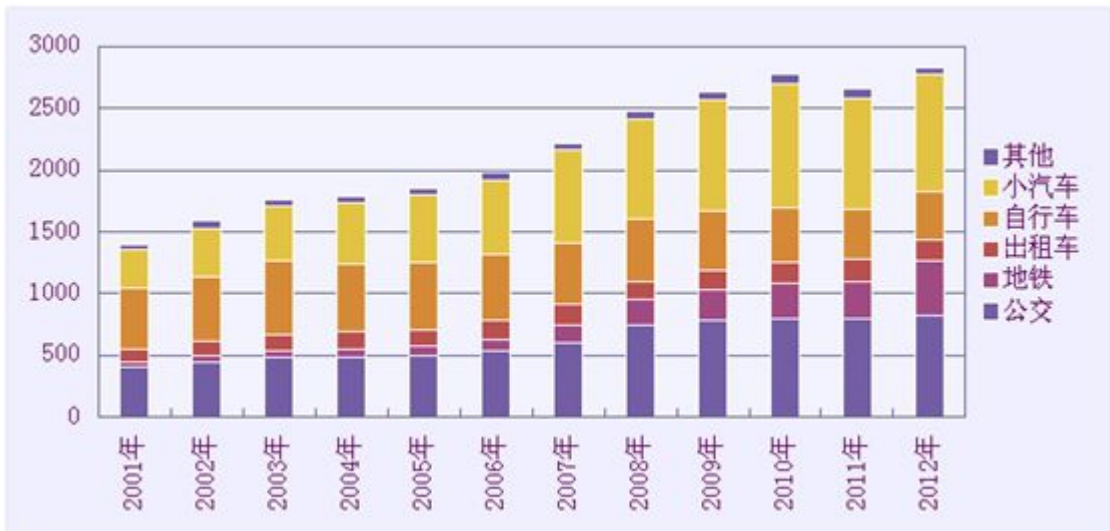
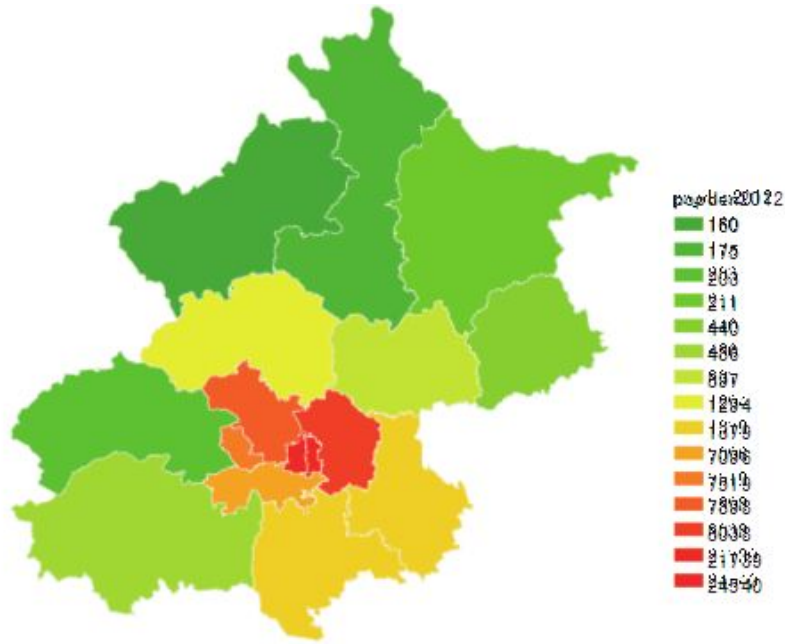


图3 北京各年出行方式图



数据来源：北京市统计局

图3 北京人口分布图

表1 北京出租车价格表

北京市出租车价格标准	
收费项目	收费标准
3公里以内收费	13元
基本单位	2.3元/公里
低速行驶费和等候费	根据乘客要求停车等候或由于道路条件限制，时速低于12公里时，每5分钟早晚高峰期间加收2公里租价（不含空驶费），其他时段加收1公里租价（不含空驶费）。
预约叫车服务费	提前4小时以上预约每次6元，4小时以内预约每次5元。
空驶费	单程载客行驶超过15公里部分，基本单位加收50%的费用；往返载客（即起点和终点在2公里（含）范围以内）不加收空驶费。
夜间收费	23:00（含）至次日5:00（不含）运营时，基本单价加收20%的费用。
合乘收费	合乘里程部分，按非合乘情况下应付金额的60%付费。
燃油附加费	1元/运次
备注：1. 早高峰为7:00（含）-9:00（不含）；晚高峰为17:00（含）-19:00（不含） 2. 出租车计价段里程精确到500米，时间精确到2.5分钟；出租车收费结算以元	

为单位，元以下四舍五入。

3. 过路、过桥费由乘客负担。

4. 按日结算的包车及北京行政区域的客运业务收费实行市场调节价。

表 2 北京各年早晚高峰车辆平均速度表

年份	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年
早高峰速度(km/h)	24.7	23.9	26.4	26
晚高峰速度(km/h)	22.3	21.2	24	23.5

表 3 北京 2011、2012 年出行时耗表（单位：分钟）

交通方式	2010 年	2012 上半年	2010 下半年
步行	18	18	16
小客车	43	42	43
客货两用车	59	38	37
货车	39	29	61
摩托车	28	29	26
地铁	75	76	77
公交车	63	63	62
出租车	39	38	40
班车	62	68	71
校车	51	32	43
黑车	27	22	21
自行车	24	22	21
电动车	27	31	24
其他	29	28	28

表 4 北京部分年份出行距离分布

出行距离（公里）	2010 年	2011 年	2012 上半年	2012 下半年
<=5	62.2%	57.5%	54.4%	55.5%
5--10	15.9%	18.2%	18.4%	17.0%
10--15	9.2%	6.5%	11.5%	11.2%
15--20	5.4%	4.9%	6.7%	6.6%



20--30	4.9%	2.0%	5.6%	6.3%
30--40	1.6%	0.6%	2.1%	2.2%
>40	0.8%	0.3%	1.3%	1.0%

表 5 各打车软件补贴历程表

打车软件补贴历程表				
软件名称	起始时间	持续时长	补贴明细	投入资金
大黄蜂打车	——	未定	未开始	未知
摇摇招车	即日起	未定	分享体验获 15 元体验金	未知
滴滴出行	2014. 1. 10	未定	乘客奖励 10 元 司机奖励 10 元	2 亿元
	2014. 2. 10	未定	乘客 5 元（每天限 3 单） 司机 5 元（每天限 5 单）	未知
	2014. 2. 17	未定	乘客 10 元（每天限 3 单/首单奖 15 元） 司机 10 元（每天限 10 单/首奖 15 元）	未知
快的打车	2014. 元旦	约一个月	新用户返 30 元话费	超过 1 亿元
	2014. 1. 22	未定	乘客奖励 10 元（每天两笔封顶） 司机奖励 15 元	5 亿元
	2014. 2. 18	未定	乘客奖励 11 元（每天两笔封顶） 司机奖励 15 元（每天 10 单）	未知
	2014. 2. 18	未定	每单最低立减 13 元满 5 次获天猫保障卡一张	未知

第二问 Matlab 编程：

```
clear all;
x=0:0.001:3;
y=14;
plot(x,y,'r')
hold on;
x=3:0.001:15;
```

```

y=2.3*x+7.1;
plot(x,y,'b')
hold on;
x=15:0.001:50;
y=3.45*x-10.15;
plot(x,y,'k')

```

附件 3:

表 1 路程矩阵

路程矩阵 (km)						
	1	2	3	4	5	6
1	0	11	15	24	20	30
2	11	0	7	15	20	22
3	15	7	0	8	16	32
4	24	15	8	0	14	20
5	20	20	16	14	0	15
6	30	20	32	20	15	0

表 2 出租车需求量矩阵

出租车需求量矩阵 (车次/d)						
	1	2	3	4	5	6
1	0	33	45	22	31	60
2	33	0	30	28	20	72
3	45	30	0	30	19	80
4	22	28	30	0	35	90
5	31	20	19	35	0	100
6	60	72	80	90	100	0

附件 4:

表 1 不同地区的人口及出行量

地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
人口数	160	175	203	1284	887	440	211	7810	24300	21180	887	7086	1384	1380

出行量	234.5	256.5	297.5	1882	1300.1	644.9	309.3	11447.1	35616.5	31043.5	1300.1	1038.6	2028.5	2022.7
出租车出行量	153.9	168.3	195.2	1234.7	853	423.1	202.9	7510.1	23366.9	20366.7	853	6813.9	1330.9	1327

表 2 各软件公司市场占用率

本月 下月	滴滴	快的	其他
滴滴	0.34	0.37	0.29
快的	0.16	0.53	0.31
其他	0.15	0.61	0.24

表 3 各软件公司市场占用率

本月 下月	滴滴	快的	其他
滴滴	0.44	0.32	0.24
快的	0.51	0.37	0.12
其他	0.37	0.45	0.08

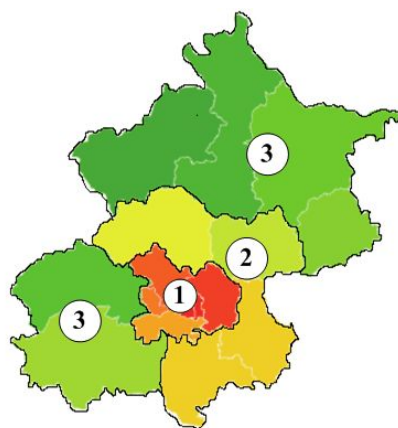


图 1 北京分区图

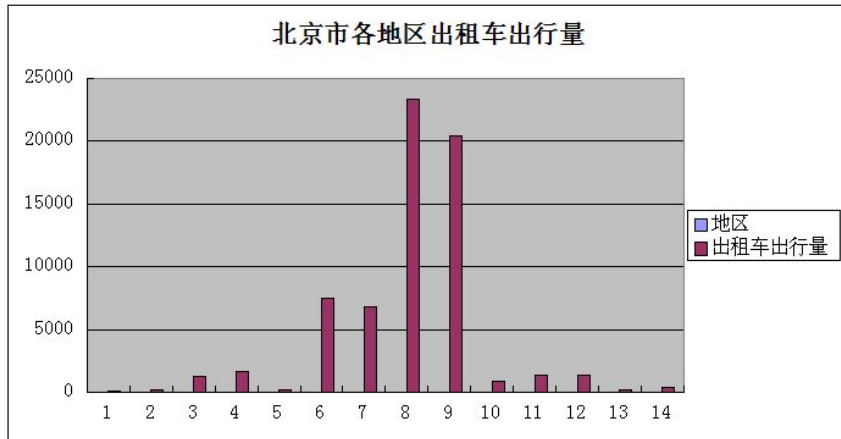


图2 北京各市区出租车出行量

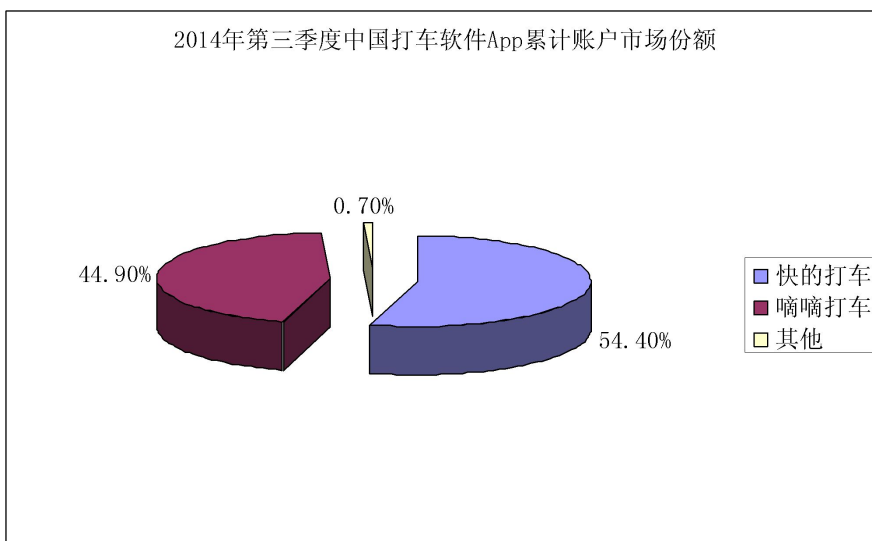


图3 各软件市场所占份额图例

第三问 Matlab 编程:

```

clear all;
n=input('input the n:');
S=[0.449 0.544 0.007];
P=[0.75 0.25 0;0.166 0.667 0.167;0 0.333 0.667];
for i=1:1:n;
S=S*P
End

```