1. 设$\{x_n\}$，$\{y_n\}$满足$x_n \le a \le y_n$（$n \ge 1$），且$\lim\limits_{n\to\infty}(y_n - x_n) = 0$ 则（ [redacted] ）.

(A) $\{x_n\}$，$\{y_n\}$都收敛于a；　　(B) $\{x_n\}$收敛于a，$\{y_n\}$发散；

(C) $\{x_n\}$发散，$\{y_n\}$收敛于a；　　(D) $\{x_n\}$，$\{y_n\}$都发散.

2. 下列极限存在的是（ [redacted] ）.

(A) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x^2-1}$　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x^2-1}$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}$　　(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$.

3. 下列极限运算，正确的是（ [redacted] ）.

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{2x}-e^{x}+1}{x(\sqrt{1+\sin^2 x}-1)} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(e^{2x}-1)(e^{x}-1)}{x\cdot\frac{1}{2}\sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\cdot x}{x\cdot\frac{1}{2}x^2} = 4$

(B) $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2}) = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2} = 0$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^2\sin x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-x}{x^2\cdot x} = 0$

(D) $\lim\limits_{x\to 0}x^2\sin\dfrac{1}{x} = \lim\limits_{x\to 0}x^2\cdot\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x} = 0$.

4. 设$f'(a)=1$，则极限$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{h} =$（ [redacted] ）.

(A) 1　　(B) -1

(C) 2　　(D) -2

5. 函数$f(x)=\begin{cases} 2x & x \le 1 \\ 3x^2-1 & x > 1 \end{cases}$在$x=1$处（

(A) 不连续　　(B) 连续但不可导

(C) 可导　　(D) 无界.

6. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3n^3}=$_

7. 若当 $x\to 0$ 时，$ax+3x^2+4x^3$ 与 $\sin 4x$ 为等价无穷小，则常数 $a=$_

8. 设函数 $f(u)$ 可微，且 $y=f(1-2x^2)$，则 $dy=$_

9. 设 $y=xe^x$，则 $y^{(n)}=$_

10. 函数 $f(x)=x^2-2x$ 在 $[0,4]$ 上满足拉格朗日中值定理的 $\xi=$__

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{3-x}}{x^2-1}$

12. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)$

13. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

14. 设 $y=\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$ （$x>0$），求 $\dfrac{dy}{dx}$.

15. 求由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t) \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定的函数的导数 $\dfrac{dy}{dx}$、$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

16. 已知函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=e$ 所确定，求曲线 $y=y(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程.

17. 讨论函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}$ 的连续性，若有间断点，则判别其类型.

18. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$，问 a,b 为何值时，$f(x)$ 在 $x=1$ 处连续且可导?

19. 证明：$\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{1}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n}\right)=1$.

20. 设 $a>b>0$，证明：$\dfrac{a-b}{a}<\ln\dfrac{a}{b}<\dfrac{a-b}{b}$.

21. 设函数 $f(x)$ 在点 $x=a$ 的某个邻域内有定义，且 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$，试分析 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处的连续性及可导性；并讨论函数 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处是否能够取得极值，若能够，判别是取得极大值或极小值.

1. 下列断言正确的是(　　　)。

(A) 有界数列必有极限　　(B) 无界数列必发散

(C) 发散数列必无界　　(D) 单调数列必有极限

2. 设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时，有(　　　)。

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小　　(B) $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小　　(D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

3. $x=1$ 是函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{\sin(\pi x)}$ 的（　　）

(A) 可去间断点　　(B) 跳跃间断点

(C) 无穷间断点　　(D) 振荡间断点

4. 设 $f'(a)=1$，则极限 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a-2h)-f(a)}{h}=$（　　　）。

(A) 1　　(B) -1　　(C) 2　　(D) -2

5. 当 $x>0$ 时，下面不等式正确的为（　　）。

(A) $\dfrac{x}{1+x}<\ln(1+x)<x$　　(B) $\dfrac{x}{1+x}>x>\ln(1+x)$

(C) $\dfrac{x}{1+x}>\ln(1+x)>x$　　(D) $\dfrac{x}{1+x}<x<\ln(1+x)$

6. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-1}{kx}, & x>0\\ 1-x, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 点连续，则 $k=$__________。

7. 设 $f(x)=(e^x-1)\varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $f'(0)=$__________。

8. 设 $y=\ln(1+e^{2x})$ 时，则微分 $dy=$__________。

9. 设 $f(x)=e^x\lim\limits_{n\to\infty}(2^n\sin\dfrac{x}{2^n})$，则 $f^{(n)}(x)=$__________。

10. 已知函数 $f(x)=a\sin x+\dfrac{\sin 3x}{3}$ 在 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 处取极值，则 $a=$__________。

11. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{3n^3-2n^2+9n}{8n^3-5n^2+3}-\dfrac{4^n+3^n}{4^{n+1}-3^{n+1}})$

12. 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$。

13. 求 $\lim\limits_{x\to0}(\dfrac{\sin x}{x})^{\frac{1}{x^2}}$

14. 设 $f''(x)$ 存在，函数 $y=f(x^3)$，求 y''。

15. 求曲线 $y=1-xe^y$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程。

16. 已知函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t)\\ y=t^3+t^2\end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

17. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a}{x^2}(1-\cos x) & x<0\\ x^2+bx+1 & x\ge 0\end{cases}$，应当如何选择 a、b 的值，使函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导。

18. 求曲线 $y=(2x-5)\sqrt[3]{x^2}$ 的凹、凸区间及拐点。

19. 证明：方程 $x^5+x-1=0$ 只有一个正实根

20. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=0$，证明：存在点 $\xi\in(0,1)$，使得 $\xi f'(\xi)+f(\xi)=f'(\xi)$。

21. 如图所示，圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 l，问当圆柱体高 h 与底半径 r 分别为多少时，圆柱体的体积最大？